

Thèse de Doctorat de
l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées

X

Spécialité
Géotechnique

présentée par
Ismail BENAMAR

Sujet :

**ETUDE DES EFFETS DIFFÉRÉS
DANS LES TUNNELS PROFONDS**

Soutenue à Paris le 19 Décembre 1996
devant le jury composé de :

MM.	J. BIAREZ	<i>Président</i>
	R. KASTNER	<i>Rapporteur</i>
	I. SHAHROUR	<i>Rapporteur</i>
	E. LECA	<i>Examineur</i>
	M. PANET	<i>Examineur</i>
	G. ROUSSET	<i>Examineur</i>

REMERCIEMENTS

Je remercie Monsieur *Jean BIAREZ*, professeur à l'Ecole Centrale de Paris, de m'avoir fait l'honneur de présider le jury de ma thèse. Malgré son emploi du temps chargé, il a eu la gentillesse de s'intéresser à mon travail et m'a aidé à mieux en cerner les applications pratiques et pédagogiques.

Mes remerciements vont ensuite à Monsieur *Richard KASTNER*, professeur à l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, et à Monsieur *Isam SHAHROUR*, professeur à l'Ecole Centrale de Lille, qui ont bien voulu accepter la lourde tâche d'être rapporteurs de cette thèse. Je leur en suis gré.

Monsieur *Eric LECA*, chef de la section Mécanique des Sols et Fondations au Laboratoire Centrale des Ponts et Chaussées, ainsi que Monsieur *Marc PANET*, Président Directeur Général de SIMECSOL, ont eu l'amabilité de se rendre disponibles pour examiner ce travail. Je les en remercie vivement.

J'ai le plaisir d'adresser des remerciements particuliers à Monsieur *Gilles ROUSSET*, chef du département MTC à EDF et ancien directeur du Groupement pour l'étude des Structures Souterraines de Stockage (G.3S) d'avoir bien voulu m'accueillir au sein de l'équipe du G.3S et d'avoir assuré la direction de mon travail de thèse.

J'ai plaisir à remercier Monsieur le Professeur *Pierre HABIB*, Monsieur *Pierre BEREST*, directeur du Laboratoire de Mécanique des Solides (L.M.S) de l'Ecole Polytechnique, ainsi que l'équipe de Mécanique des Roches du L.M.S.

Je tiens à remercier chaleureusement Monsieur *Mehdi GHOREYCHI*, directeur du G.3S, pour son soutien et ses conseils avisés, ainsi que toute l'équipe du G.3S (anciens et nouveaux) au sein de laquelle j'ai eu plaisir à apprendre et à travailler dans une bonne ambiance.

Enfin, l'équipe de la Direction de la Recherche de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées a toujours été disponible et accueillante. Je lui exprime toute ma gratitude.

RÉSUMÉ

L'étude de l'équilibre à long terme du tunnel revêtu suscite un intérêt important. D'un point de vue mécanique, il s'agit d'un problème d'interaction complexe entre deux structures de comportement très différent : le massif avec la cavité d'une part, le soutènement d'autre part.

Les effets différés qui apparaissent dans un massif sont principalement liés à deux phénomènes qui peuvent être couplés :

- la viscosité du squelette solide du massif ;
- la diffusion du fluide interstitiel au sein du massif.

On commence par présenter une étude bibliographique assez générale concernant les différentes étapes d'étude, de conception et de réalisation d'un projet de tunnel profond.

Dans la seconde partie du mémoire, on étudie l'influence de l'histoire du chargement (vitesse de creusement et instant de pose du soutènement) sur l'équilibre d'un tunnel soutenu creusé dans un massif monophasique à comportement viscoplastique. Une méthode simplifiée de dimensionnement des tunnels dans de tels milieux a été élaborée.

On a également abordé les effets de couplage entre comportements hydraulique et mécanique dans le cadre des tunnels profonds creusés dans un milieu poreux saturé isotherme ayant un comportement poro-élastique ou poro-élasto-plastique. Une étude analytique du tunnel 1D révèle l'influence de l'histoire du chargement mécanique et des conditions aux limites hydrauliques imposées en paroi. Des simulations numériques de creusement de tunnel en géométrie 2D axisymétrique sont menés. L'étude analytique permet, grâce à la généralisation de la notion de contrainte fictive de soutènement, de localiser le point d'équilibre du tunnel soutenu dans le plan (convergence en paroi - contrainte appliquée en paroi).

Ces résultats permettent d'aborder le calcul en déformation plane des tunnels creusés en milieux biphasiques avec plus de rigueur.

Mots clés :

Tunnel profond, effets différés, viscoplasticité, milieu poreux saturé, tunnel soutenu, méthodes simplifiées, calcul numérique, calcul analytique.

ABSTRACT

The study of the equilibrium of the lined tunnel is of big interest. From a mechanical point of view, it is a problem of complex interaction between two structures which have very different behaviour : the rock mass with the cavity on one hand and the lining on the other hand.

The time dependent effects which appear in a rock mass are principally due to two phenomena which can be coupled :

- viscosity of the solid part ;
- diffusion of the interstitial fluid through the rock mass.

We first present a bibliographical survey with the different stages of the study, design and realisation of a deep tunnel project.

In the second part of this dissertation, we study the influence of loading history (the speed of the tunnel advancing and the instant of lining placement) on the equilibrium of a lined tunnel driven in a monophasic viscoplastic rock mass. A simplified method of dimensioning tunnels excavated in such media is developed.

We also study the hydro-mechanical coupled effects on deep tunnels driven in isotherm saturated porous media having a poro-elastic or poro-elasto-plastic behaviour. An unidimensional analytical study reveals the influence of the mechanical loading history and the hydraulic boundary conditions at the tunnel wall. Numerical simulations of the tunnel front progress, at a given rate, are carried out for an axisymmetric 2D geometry. With the generalisation of the fictitious stress, the analytical study allows to localise the equilibrium point in the (wall convergence - stress applied on the wall) plane.

These results allow to make tunnel dimensioning computations with strain plane in biphasic media with more rigor.

Keywords :

Deep tunnel, time-dependent effects, viscoplasticity, saturated porous medium, lined tunnel, simplified methods, numerical study, analytical study.

TABLE DES MATIÈRES

Notations Principales	1
INTRODUCTION GÉNÉRALE.....	4
<u>PARTIE I: INTRODUCTION ET SYNTHÈSE BIBLIOGRAPHIQUE</u>	
<u>SUR LES OUVRAGES SOUTERRAINS.</u>	
I-1 INTRODUCTION.	7
I-2 PARTICULARITÉS DES TUNNELS PROFONDS.	8
I-3 ÉTAPES D'UN PROJET DE TUNNEL.	9
I-4 PHASES D'INVESTIGATION ET DE CARACTÉRISATION.....	10
I-5 PROGRÈS TECHNIQUES EN EXCAVATION ET SOUTÈNEMENT.....	12
I-5.1 La Nouvelle Méthode Autrichienne pour l'excavation des tunnels.....	13
I-5.2 Tunneliers.	14
I-5.3 Soutènements et revêtements.	15
I-6 CALCULS ANALYTIQUES.	17
I-6.1 Hypothèses générales.	17
I-6.2 Solutions en élastoplasticité.	18
I-6.3 Solutions en viscoélasticité.	18
I-6.4 Solutions en viscoplasticité.	18
I-7 MÉTHODES SIMPLIFIÉES DE CALCUL DES TUNNELS.	18
I-7.1 Méthode classique (convergence-confinement).	19
I-7.2 Méthodes simplifiées récentes.....	23
I-7.3 Limitations des méthodes simplifiées.	25
I-7.4 Avantages des méthodes simplifiées.	26
I-8 CALCULS NUMÉRIQUES.	26
I-8.1 Simulation numérique du creusement.	27
I-8.2 Méthodes d'excavation en 3D et 2D axisymétrique.	28
I-8.3 Calculs en 2D déformation plane.	29
I-9 INFLUENCE DE L'EAU SUR LES OUVRAGES SOUTERRAINS.....	30
I-10 ÉTUDE DE L'ÉQUILIBRE D'UN TUNNEL.....	32
I-11 CONCLUSION.	33

PARTIE II : TUNNELS PROFONDS CREUSÉS EN MILIEUX ÉLASTO-VISCOPLASTIQUES.

II-1 INTRODUCTION.	35
II-2 RHÉOLOGIE, LOIS DE COMPORTEMENT.	36
II-2.1 Modèle élasto-viscoplastique de Bingham.	37
II-2.2 Justification du choix du modèle.	39
II-3 ÉTUDE ANALYTIQUE.	39
II-3.1 Hypothèses.	40
II-3.2 Calcul 1D.	41
II-3.3 Exemple d'application.	47
II-3.4 Etude adimensionnelle.	50
II-4 ETUDE NUMÉRIQUE.	51
II-5 MÉTHODE SIMPLIFIÉE DE DIMENSIONNEMENT DES TUNNELS EN MILIEU ÉLASTO-VISCOPLASTIQUE.	54
II-5.1 Tunnel non soutenu.	55
II-5.2 Tunnel soutenu.	61
II-5.3 Etapes de résolution de la Nouvelle Méthode Implicite.	64
II-5.4 Résultats et validation.	67
II-5.5 Cas d'un critère de Mohr-Coulomb.	68
II-6 APPLICATION A L'ÉTUDE D'UN PROBLÈME EN DÉFORMATION PLANE.	70
II-6.1 Détermination de la pression fictive en fonction de l'avancement du front de taille.	71
II-6.2 Exemple d'application.	75
II-7 CONCLUSION.	76

PARTIE III : TUNNELS PROFONDS CREUSÉS EN MILIEUX POREUX SATURÉS.

III-1 INTRODUCTION.	78
III-2 HISTORIQUE ET RAPPELS DE LA MÉCANIQUE DES MILIEUX POREUX SATURÉS.	78
III-2.1 Définition et historique.	78
III-2.2 Formulation des équations de la poro-mécanique.	79
III-2.3 Cas particuliers.	84
III-3 ÉTUDE NUMÉRIQUE.	86
III-3.1 Méthode des éléments finis pour les problèmes couplés.	86
III-3.2 Exemples de calculs numériques 1D.	89

III-4 SOLUTIONS ANALYTIQUES 1D PARTICULIÈRES.	99
III-4.1 Hypothèses.	99
III-4.2 Réponse instantanée.	100
III-4.3 Réponse sous régime hydraulique permanent (paroi drainante).	102
III-4.4 Remarques sur les solutions particulières.	105
III-5 RÉPONSE TRANSITOIRE AU CREUSEMENT D'UN TUNNEL 1D EN MILIEU PORO-ÉLASTIQUE LINÉAIRE.	106
III-5.1 Résolution des champs de contraintes et déplacement en poro- élasticité.	107
III-5.2 Ecriture de l'équation de diffusion en poro-élasticité.	109
III-5.3 Résolution semi-analytique de l'équation de diffusion.	111
III-6 RÉPONSE TRANSITOIRE AU CREUSEMENT D'UN TUNNEL 1D DANS UN MASSIF PORO-PLASTIQUE PARFAIT.	115
III-6.1 Calculs préliminaires.	116
III-6.2 Cas où il n'y a pas de décharges élastiques.	117
III-6.3 Cas où il existe des décharges élastiques.	124
III-6.4 Cas particulier du chargement constant.	134
III-6.5 Cas de la paroi imperméable.	135
III-6.6 Programme de résolution semi-analytique.	137
III-6.7 Validation de l'hypothèse du chargement monotone.	142
III-6.8 Conclusion partielle	143
III-7 ÉTUDE EN 2D AXISYMÉTRIQUE.	145
III-7.1 Hypothèses.	145
III-7.2 Exemples de calculs numériques	145
III-7.3 Temps caractéristiques.	148
III-7.4 Détermination de la contrainte fictive de soutènement	149
III-7.5 Cas du tunnel soutenu.	153
III-8 APPLICATION AU CALCUL 2D EN DÉFORMATION PLANE.	158
III-8.1 Caractéristiques des sols	159
III-8.2 Etapes de calcul	160
III-8.3 Résultats du calcul par éléments finis :	162
III-8.4 Conclusions de l'étude	163
III-9 CONCLUSION.	164
 CONCLUSION GÉNÉRALE.	 166
 BIBLIOGRAPHIE.	 168

ANNEXES.

<u>Annexe A1</u> : Rappels sur la Nouvelle Méthode Implicite dans le cas d'un massif élasto-plastique.	180
<u>Annexe A2</u> : Expressions analytiques pour la Nouvelle Méthode Implicite en viscoplasticité.	186
<u>Annexe A3</u> : Quelques propriétés du champ de pression interstitielle dans un massif poro-élastique linéaire.	188
<u>Annexe A4</u> : Résolution de l'équation de diffusion en poro-élasto-plasticité.	190
<u>Annexe A5</u> : Etude de la configuration ZP-ZD-ZP-ZE	192
<u>Annexe A6</u> : Tunnel 1D creusé dans un milieu poro-plastique de Mohr-Coulomb dilatant.	196

Notations Principales

Valables pour l'ensemble du mémoire

r, θ, z	Coordonnées spatiales cylindriques.
t	Temps.
$\underline{\underline{\sigma}}$	Tenseur des contraintes.
$\underline{\underline{\varepsilon}}$	Tenseur des déformations totales.
$\underline{\underline{\varepsilon}}^e$	Tenseur des déformations élastiques.
$\underline{\underline{\varepsilon}}^p, \underline{\underline{\varepsilon}}^{vp}$	Tenseurs des déformations plastiques et viscoplastiques.
F	Fonction de charge.
G	Potentiel définissant les règles d'écoulement.
$\underline{\underline{\sigma}}_\infty = \sigma_\infty \underline{\underline{I}}$	Tenseur des contraintes initiales.
γ	Poids volumique des terres.
R_i	Rayon d'excavation.
u	Déplacement radial.
U_i	Convergence en paroi ($U_i = -u(R_i, t)/R_i$).
$\sigma_i(t)$	Contrainte totale appliquée en paroi.
$\sigma_i^f(t)$	Contrainte totale fictive de soutènement.
C	Cohésion du matériau.
φ	Angle de frottement du matériau.
ψ	Angle de dilatance du matériau.
K_p	Coefficient de butée des terres ; $K_p = (1 + \sin \varphi)/(1 - \sin \varphi)$.
R_c	Résistance en compression simple du matériau ; $R_c = 2C \cos \varphi/(1 - \sin \varphi)$.
H	Résistance en traction triple du matériau ; $H = C/\tan \varphi$.
x	Distance de la section d'étude au front de taille (F.T.).
K_s	Rigidité (supposée constante) du soutènement.
e	Epaisseur du soutènement (supposée faible par rapport à R_i).
d_0	Distance de pose du soutènement (par rapport au front de taille).
V	Vitesse de creusement (ou d'avancement du front de taille).
U_{eq}	Convergence finale (à l'équilibre) pour une section soutenue, loin du F.T.
σ_{eq}	Contrainte totale exercée sur le soutènement à l'équilibre final, loin du F.T.

Partie II et annexes s'y rattachant

$P_i(t)$	Pression mécanique appliquée en paroi ; $P_i(t) = -\sigma_i(t)$.
P_∞	Pression de précontrainte initiale ; $P_\infty = -\sigma_\infty$.
P_{ic}	Pression critique de soutènement.

E, ν	Module d'Young et coefficient de Poisson.
η	Viscosité du matériau.
N_s	Facteur de charge ; $N_s = 2P_\infty / R_c$.
$\rho(t) = \sqrt{Y}$	Rayon de la zone viscoplastique.
R_p	Rayon de la zone plastique pour une section non soutenue, loin du F.T.
U_∞	Convergence en paroi pour une section non soutenue, loin du F.T.
$U_i^0(x)$	Convergence en paroi pour une section non soutenue, située à la distance x du F.T.
$U_i^s(x)$	Convergence en paroi pour une section soutenue, située à la distance x du F.T.
$U_0 = U_i^s(d_0)$	Convergence en paroi lors de la pose du soutènement.
$P_{eq} = -\sigma_{eq}$	Pression mécanique exercée sur le soutènement à l'équilibre, loin du F.T.

Partie III et annexes s'y rattachant

p	Champ de pression interstitielle.
p_∞	Champ de pression interstitielle initiale.
$\gamma_w = \rho_0^f g$	Poids volumique du fluide interstitiel (supposé constant).
ϕ	Porosité.
M, b	Module et coefficient de Biot.
λ_0	Premier coefficient de Lamé drainé.
λ	Premier coefficient de Lamé non drainé ; $\lambda = \lambda_0 + b^2 M$.
μ	Module de cisaillement.
K_0	Module d'incompressibilité drainé ; $K_0 = \lambda_0 + 2\mu/3$.
K	Module d'incompressibilité non drainé ; $K = K_0 + b^2 M$.
E_0, ν_0	Module d'Young et coefficient de Poisson drainés.
E, ν	Module d'Young et coefficient de Poisson non drainés.
B_s	Coefficient de Skempton ; $B_s = b M / K$.
k	Conductivité hydraulique.
K_h	Perméabilité hydraulique (apparente) ; $K_h = \gamma_w k$.
α	Diffusivité hydraulique ; $\alpha = k M \frac{\lambda_0 + 2\mu}{\lambda + 2\mu}$.
$\underline{\underline{\sigma}}'$	Tenseur des contraintes effectives élastiques ; $\underline{\underline{\sigma}}' = \underline{\underline{\sigma}} + b p \underline{\underline{I}}$.
β	Coefficient définissant le tenseur des contraintes effectives plastiques.
$\underline{\underline{\sigma}}'^p$	Tenseur des contraintes effectives plastiques ; $\underline{\underline{\sigma}}'^p = \underline{\underline{\sigma}} + \beta p \underline{\underline{I}}$.
$U_i(x)$	Convergence en paroi pour une section située à la distance x du F.T.
$U_{v\infty}$	Convergence en paroi, loin du F.T., pour un creusement instantané ($V = \infty$).
U_{vf}	Convergence en paroi, au front de taille, pour un creusement instantané ($V = \infty$).
σ_{ic}	Contrainte de soutènement critique.
σ_{i0}	Contrainte de soutènement critique pour une réponse instantanée.
ZE	Zone élastique.

ZP	Zone plastique.
ZD	Zone déchargée élastiquement.
y	Rayon de la zone où les déformations plastiques sont non nulles.
y_1, y_2, y_3	(voir figure III.22).
$\partial_\alpha X$	désigne $\partial X / \partial \alpha$ pour toute grandeur X régulière.
$\partial_{\alpha\beta} X$	désigne $\partial^2 X / (\partial \alpha \partial \beta)$ pour toute grandeur X régulière.
\dot{X}	désigne $\partial_t X$ pour toute grandeur X .
Log	désigne le symbole du logarithme népérien.
log	désigne le symbole du logarithme décimal.

NMI Nouvelle Méthode Implicite.

Attention : certaines des notations ci-dessous peuvent être utilisées avec d'autres définitions. Celles-ci sont cependant clairement définies dans le texte.

INTRODUCTION GÉNÉRALE

De nombreuses recherches sont actuellement menées dans le domaine des *ouvrages souterrains*. Les applications sont en extension : stockages souterrains, mines, tunnels et galeries, puits, etc ... Parmi les axes de recherches figurent les *méthodes de dimensionnement* des ouvrages souterrains. En particulier, l'étude de l'équilibre à *long terme* du *tunnel revêtu* suscite un intérêt important. D'un point de vue mécanique, il s'agit d'un problème d'interaction complexe entre deux structures de comportements très différents : le massif avec la cavité d'une part, le soutènement d'autre part.

Dans la première partie, on présente une étude bibliographique assez générale concernant les différentes étapes d'étude, de conception et de réalisation d'un projet de tunnel profond. Un accent particulier est mis sur les méthodes de prédimensionnement ainsi que leur utilité.

Une étude d'équilibre à long terme du tunnel profond implique l'analyse des effets différés qui se manifestent dans le massif. Ce dernier est considéré être un géomatériau poreux saturé isotherme. Les effets différés sont liés principalement à deux phénomènes, qui peuvent être couplés :

- la *viscosité* du squelette solide du massif ;
- la *diffusion du fluide interstitiel* au sein du milieu poreux.

Dans la deuxième partie, on s'intéresse au cas où le massif est monophasique à comportement élasto-viscoplastique. On étudie la relation entre la viscosité du massif et l'histoire du chargement d'un tunnel qui y est construit. Une étude analytique du tunnel 1D y est menée, ensuite nous montrons les différents étapes menant à l'élaboration d'une méthode simplifiée de dimensionnement des tunnels dans de tels milieux, que nous proposons. Nous montrons ainsi que la vitesse d'avancement du front de taille (supposée constante) est un paramètre dimensionnant important. Le but de cette méthode simplifiée, en plus de permettre une étude rapide et utile de prédimensionnement, consiste à passer du problème réellement 3D d'excavation du tunnel soutenu à un problème 2D en déformation plane grâce, en particulier, à une détermination précise du taux de déconfinement lors de la pose du soutènement.

Dans la troisième partie, on aborde, les effets de couplage entre comportements hydraulique et mécanique dans le cadre des tunnels profonds creusés dans un milieu poreux saturé isotherme ayant un comportement poro-élastique ou poro-élasto-plastique parfait suivant le formalisme de Coussy (1991). On s'intéresse tout d'abord au comportement du tunnel 1D soumis à un chargement mécanique monotone sous régime hydraulique transitoire couplé. On mène une étude analytique originale qui montre l'influence réelle des conditions aux limites hydrauliques ainsi que de la vitesse du chargement imposés en paroi sur l'équilibre à long terme du tunnel. Pour une géométrie 2D en axisymétrie, nous présentons des simulations numériques du comportement des tunnels

soutenus ou non, creusés à vitesse constante et montrons que l'équilibre final (convergence en paroi et pression exercée sur le soutènement) peut être estimé grâce à l'étude analytique.

Cette partie se conclut par un calcul 2D en déformation plane d'un tunnel peu profond creusé sous la nappe phréatique en conditions non drainées. Certaines hypothèses de ce problème sont assez éloignées de celles prises en compte dans le reste du mémoire, cependant les études précédentes nous aident pour le choix du taux de déconfinement lors de la pose du soutènement qui est un paramètre essentiel régissant l'équilibre final du tunnel ainsi que l'amplitude des tassements en surface.

PARTIE I :

**INTRODUCTION ET SYNTHÈSE
BIBLIOGRAPHIQUE SUR LES
OUVRAGES SOUTERRAINS.**

I-1 INTRODUCTION.

La concentration des populations dans les villes conduit à la création de métropoles de plus en plus grandes. La diminution des espaces ainsi que leur coût prohibitif, la gestion du trafic routier et des transports en commun ainsi que celle des réseaux d'assainissement conduisent à privilégier les ouvrages enterrés.

Le développement économique est tributaire des infrastructures de transport. Ainsi l'aménagement des routes et des chemins de fer nécessite parfois le creusement de tunnels routiers et ferroviaires sous forte couverture.

La multiplication des travaux souterrains et les difficultés rencontrées conduisent à une sophistication des méthodes d'investigation, de modélisation, de conception et d'exécution. De nos jours, il existe même de grands ouvrages sous mers : le tunnel du Seikan entre les îles de Honshu et Hokkaido au Japon (record du Monde : 53,8 km!), le tunnel sous la Manche (Duffaut et Margron 1990) et plusieurs tunnels sous les fjords en Norvège (Nielsen 1994).

Cependant, contrairement aux projets de structures tels les bâtiments ou les ponts, les tunnels sont entièrement construits dans les terrains et requièrent des informations géotechniques précises concernant le massif environnant et plus abondantes tout au long du tracé. Ces conditions, chacun le sait, sont rarement satisfaites et rendent la réalisation des ouvrages souterrains d'autant plus difficile. Ce problème se pose de manière plus aiguë encore dans le cas des tunnels profonds.

De plus, la modélisation est délicate car le problème d'excavation d'un tunnel est tridimensionnel et d'interaction entre sol (ou roche) et structure.

De nouveaux progrès dans la maîtrise de cette complexité sont encore à attendre. Nous proposons dans le cadre du travail présenté dans ce mémoire d'y apporter notre contribution. On s'intéressera essentiellement aux tunnels en tant qu'ouvrages souterrains, même si certains résultats obtenus peuvent être appliqués aux cas des puits, pétroliers par exemple. Un éminent mécanicien des roches n'avait-il pas dit un jour "un puits est un tunnel à $\pi/2$ près"? Précisons tout de même qu'en ce qui concerne les puits pétroliers, les diamètres sont beaucoup plus faibles que ceux d'un tunnel moyen. De plus, la répartition des contraintes géostatiques est différente.

De nos jours, l'étude des tunnels intervient aussi dans le cadre des projets de stockage des déchets radioactifs par la nécessité de creuser des galeries profondes (quelques centaines de mètres) à partir desquelles les puits ou galeries de stockage seront réalisés. Cependant, dans ces cas, et pour des raisons évidentes, l'étude rhéologique et hydrologique du massif hôte est faite avec beaucoup plus de soin que dans les autres cas d'ouvrages souterrains. Notons que le critère essentiel du choix de la roche hôte pour le stockage des déchets radioactifs est lié à la prévision des mouvements d'eau au sein de la roche au cours du temps (Rousset 1988). Ce critère oriente donc vers le choix de roches très peu perméables comme le sel, l'argile ou le granite peu ou pas fissuré. Dans le cadre du stockage des déchets radioactifs dans les roches profondes, le massif est soumis à une sollicitation

hydromécanique lors de l'excavation des galeries puis à un chargement thermique correspondant au dégagement de chaleur des déchets radioactifs à haute activité. Dans ce cas, comme dans le cas des projets de tunnels plus conventionnels, la prise en compte de l'impact de l'ouvrage sur l'environnement est de plus en plus considérée.

L'étude d'impact de l'ouvrage enterré sur l'environnement est prise en compte dès les premières études préliminaires du projet. Sous la pression des divers groupes des sociétés contemporaines, cette préoccupation écologique conduit même à un accroissement des projets de travaux souterrains comme enterrer les liaisons routières périphériques ou accroître les transports en commun (métro, trains, ...) afin de diminuer les pollutions chimique et sonore.

I-2 PARTICULARITÉS DES TUNNELS PROFONDS.

Un tunnel est dit profond si son diamètre (ou diamètre équivalent dans le cas où la section n'est pas circulaire) est petit devant la profondeur de son axe, autrement dit si $H/D > 10$ où H est la profondeur de l'axe du tunnel et D son diamètre. Cela revient à dire que la variation de contrainte verticale initiale entre les parties supérieure et inférieure de la section du tunnel (avant excavation) est négligeable devant la contrainte initiale verticale due au poids des terres à la profondeur moyenne du tunnel (profondeur de l'axe).

En notant $\sigma_H = \gamma H$ et $\sigma_D = \gamma D$ où γ est le poids volumique moyen du terrain, la figure I.1 montre la distinction entre tunnel peu profond et tunnel profond.

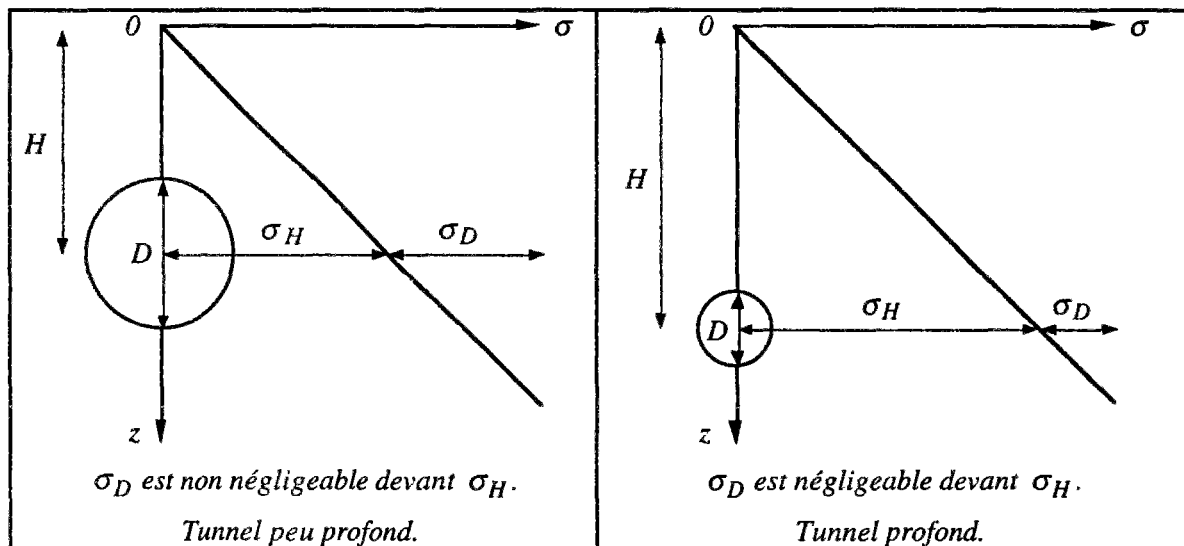


Figure I.1 : distinction entre tunnels profond et peu profond.

Pour un mécanicien des roches, un tunnel est à *grande* profondeur si les contraintes qui prennent naissance au voisinage de l'ouverture excèdent la résistance de la roche avoisinante (Vouille 1989).

D'après Egger (1989), les problèmes particuliers qui peuvent se poser lors de l'excavation d'un tunnel profond sont :

- à court terme : écaillage des roches fragiles ou grandes déformations des roches ductiles,
- à plus long terme : déformations différées dues au fluage de la roche, essentiellement pour les argiles.

Pour les tunnels profonds se rapprochant des conditions d'axisymétrie (cf. II-3.1), il a été constaté (Eisenstein et Branco 1991) que les mesures *in situ* (essentiellement de déplacements) concordent avec les prédictions d'un calcul simplifié basé sur la méthode convergence-confinement (cf. I-7.1), ce qui n'est pas le cas pour un tunnel peu profond.

Les tunnels profonds bénéficient d'un regain d'attention avec le développement de la Mécanique des Roches et aussi parce qu'un certain nombre de tunnels transalpins sous forte couverture, pouvant atteindre 2000 m, sont en construction ou en projet tels les tunnels de Gothard (57 km) et de Lötshberg (33 km) en Suisse, le tunnel de Brenner (60 km) entre l'Autriche et l'Italie, et le tunnel du Mont Cenis (55 km) entre la France et l'Italie.

I-3 ÉTAPES D'UN PROJET DE TUNNEL.

Comme pour tout projet de Génie Civil, les responsables d'un projet de tunnel suivent des étapes incontournables. Evidemment, les projets de tunnels peuvent être différents par leurs profondeurs, leurs géométries, la nature du terrain, la méthode d'excavation, Mais, comme le précise Lunardi (1993), la connaissance du milieu dans lequel on opère, de l'action du creusement et de la réaction du massif suite à l'excavation sont nécessaires pour tout projet de réalisation d'ouvrage souterrain. C'est dans cette optique que Duddeck dès 1979, puis avec Erdmann en 1985 a proposé un schéma assez général (même si destiné au cas des tunnels creusés dans les roches tendres) mais non exhaustif, des principales étapes à suivre lors de l'étude d'un projet de tunnel :

- *phase 1* : reconnaissance géologique du site.
- *phase 2* : détermination des contraintes *in situ* ainsi que des caractéristiques du massif.
- *phase 3* : choix d'une méthode d'excavation.
- *phase 4* : choix d'un modèle mécanique.
Calcul statique par méthode simplifiée, méthode numérique détaillée ou les deux.
- *phase 5* : concept de sécurité, hypothèses des ruptures.
- *phase 6* : excavation du tunnel.
- *phase 7* : instrumentation *in situ* et suivi des données.

Notons qu'après la phase 2, si la taille du chantier est importante, une phase de creusement d'une galerie de reconnaissance (à partir du front de taille du tunnel, avec un diamètre beaucoup plus faible) peut être envisagée. Elle servira utilement à l'exécution des phases suivantes.

Certaines de ces phases seront plus ou moins abordées dans les paragraphes qui suivent. Cependant il faut garder en mémoire que toute schématisation nécessite un examen critique portant sur les différentes phases qu'elle comporte. Par exemple, en ce qui concerne la méthode de calcul à utiliser ainsi que les hypothèses qu'il faut y introduire.

I-4 PHASES D'INVESTIGATION ET DE CARACTÉRISATION.

A cause des conséquences potentiellement risquées en cas de rupture ou d'éboulement d'un tunnel pendant ou après son excavation, qui peuvent être dues à une mauvaise connaissance des terrains, il est indispensable d'effectuer une reconnaissance géologique et géotechnique du site hôte de l'ouvrage. Suivant la nature du tunnel, cette phase d'investigation peut être poussée à la reconnaissance des bâtis ou autres ouvrages enterrés avoisinant le tunnel dans le cas où il est peu profond et situé en site urbain. Dans le cas des tunnels traversant des massifs montagneux sous forte couverture avec existence éventuelle d'eau, l'étape de reconnaissance peut concerner la localisation des failles géologiques éventuelles (figure I.2). En outre, cette étape de reconnaissance permet d'optimiser le tracé du tunnel.

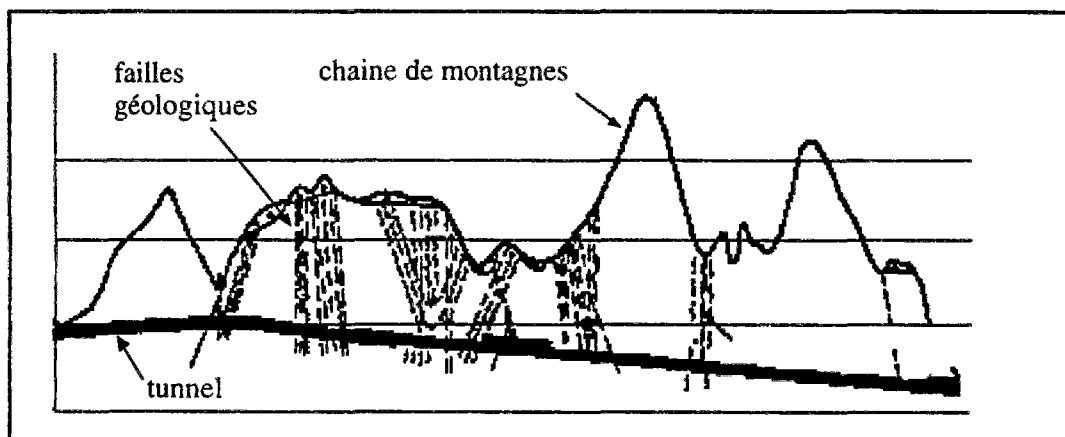


Figure I.2 : coupe longitudinale du tracé d'un tunnel sous forte couverture.

Plusieurs modèles de calcul d'ouvrages souterrains, de plus en plus sophistiqués, ont vu le jour. Cependant la principale difficulté reste la détermination appropriée des paramètres intervenant dans ces modèles. Ces paramètres, qu'ils soient mécaniques, hydrauliques, thermiques ou autres sont mesurés avec une incertitude souvent trop grande par rapport à la précision des moyens de calculs numériques actuels. Car même si les essais de laboratoire sont de plus en plus perfectionnés et rigoureux, l'effet d'échelle et la méconnaissance du champ de contraintes in situ peuvent poser problème. Comme par exemple lorsqu'on extrait un échantillon très résistant d'un massif rocheux

qu'on soumet aux essais triaxiaux au laboratoire, alors que le massif peut être fortement fissuré ce qui devrait, normalement, conduire à appliquer des coefficients réducteurs à la résistance en compression et au module d'Young (Bérest et *al.* 1980) avant d'entamer un calcul de dimensionnement d'un tunnel excavé dans ce milieu.

Les difficultés résultant d'une estimation des paramètres, nécessairement biaisée par l'effet d'échelle (entre massif et échantillon), conduisent à une certaine précaution au moment d'introduire ces paramètres dans un modèle analytique ou numérique de dimensionnement. En effet, l'ingénieur fait varier les différents paramètres dimensionnants sur des intervalles recouvrant les marges d'erreurs possibles de mesure, puis en déduit un état d'équilibre moyen du tunnel.

Dans certains cas d'études élaborées ou de chantiers délicats, des simulations réelles peuvent être conduites au laboratoire, nécessitant l'emploi de matériel sophistiqué telle la centrifugeuse, notamment pour l'étude de la stabilité du front de taille ou des mécanismes d'instabilité en paroi de tunnel (Indraratna 1993). Ces techniques de simulation restent néanmoins très coûteuses.

L'équilibre des ouvrages souterrains, qu'ils soient proches de la surface ou en profondeur, dépend en grande partie de la relation entre l'état de contraintes finales (à l'équilibre) et la résistance de la roche. Si cette dernière peut être déterminée assez aisément à partir d'essais au laboratoire ou *in situ* (tenant compte des réserves rappelées ci-dessus), il n'en va pas de même pour l'état des contraintes finales qui dépend notamment de la totalité des caractéristiques du massif, de la géométrie du tunnel, du phasage d'excavation et surtout du champ de contrainte initiale. Cette difficulté est d'autant plus accentuée que l'axe de l'ouvrage se trouve plus profond et que le massif est anisotrope.

S'il est communément admis, dans le cas d'une stratification horizontale, que l'équation (1.1) ci-dessous (résultat de l'équilibre mécanique) donnant la contrainte verticale σ_z est relativement correcte, par contre les contraintes horizontales peuvent dépendre fortement de la nature du massif, de son degré d'anisotropie et de son histoire géologique en plus de la profondeur. On peut consulter à ce sujet l'étude statistique réalisée par Hoek et Brown (1980b).

$$\boxed{\sigma_z = -\gamma z} \quad (1.1)$$

où γ et z désignent, respectivement, le poids volumique moyen de la roche et la profondeur à laquelle on se situe.

Selon la convention de la Mécanique des Milieux Continus, les contraintes sont négatives en compression.

I-5 PROGRÈS TECHNIQUES EN EXCAVATION ET SOUTÈNEMENT.

Après la phase d'investigation et de caractérisation des paramètres in situ vient celle du choix d'une méthode d'excavation. Comme Duddeck et Erdmann (1985), tous les rédacteurs de recommandations insistent sur l'importance de ce choix qui, du reste, revient au cas par cas à l'appréciation et surtout à l'expérience des responsables du projet. La méthode d'excavation retenue doit principalement garantir l'équilibre et la pérennité de l'ouvrage pendant et après son exécution, de même qu'elle doit satisfaire de rigoureux critères d'économie de temps et de moyens financiers. Il existe plusieurs méthodes d'excavation comme, par exemple, avec explosif, avec une machine à attaque ponctuelle ou encore avec un tunnelier.

Evidemment chacune de ces méthodes peut être plus adaptée que les autres pour un type de projet donné (massif, bâtis et ouvrages environnants, géométrie, ...).

Kaiser (1981) résume la philosophie des méthodes d'excavation modernes en trois principes :

- mobilisation optimum de la roche pour participer à son propre soutènement.
- dans certains cas, renforcement du massif par ancrage, congélation ou injection afin d'augmenter la cohésion du massif.
- optimiser la forme géométrique de la section du tunnel afin de réduire les contraintes agissant sur le soutènement.

C'est dans le cadre de ces principes que, par exemple, les excavations souterraines de grandes dimensions comme les cavernes de stockage, les usines hydroélectriques ou, plus récemment, les complexes hôteliers et sportifs souterrains, sont effectuées en plusieurs étapes ou phases. Généralement, à la fin de chaque phase, il y a renforcement de la paroi et du front de taille.

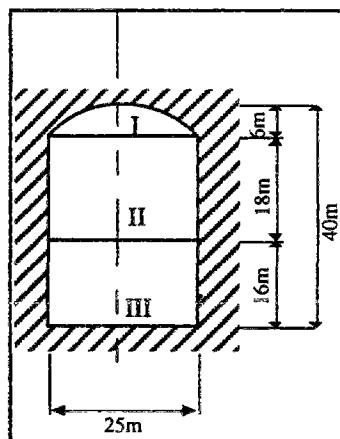


Figure I.3 : phasage d'une grande excavation (d'après Wittke 1990).

I-5.1 La Nouvelle Méthode Autrichienne pour l'excavation des tunnels.

La multiplication des phases a pour but de sécuriser les travaux par le fait qu'à la fin de chaque phase, le massif traité autour de l'excavation converge et s'auto-équilibre tout en réduisant les contraintes appliquées sur le soutènement. Cette faculté du terrain à s'auto-soutenir a, semble-t-il, été exploitée pour la première fois par des ingénieurs et chercheurs autrichiens dont Rabcewicz (1965) dans le but de concevoir une nouvelle approche pour l'excavation des ouvrages souterrains. Leurs études ont débouché sur la conception de la Nouvelle Méthode Autrichienne pour l'excavation des tunnels (NATM : *New Austrian Tunnelling Method*). Une définition officielle de la NATM a été publiée en 1980 par le Comité National Autrichien pour la Construction des Cavités, membre de l'AITES (Association Internationale de Travaux En Souterrain) : *"La nouvelle méthode autrichienne de construction de tunnels suit une conception qui utilise le terrain autour de la cavité (sol ou roche) comme élément de support par activation d'un anneau de terrain portant."*

La version originale de cette définition a été publiée en langue allemande, cette version française est tirée de l'article de Kovari (1995) dans la *Revue Française de Géotechnique*.

D'autres définitions, reprenant l'idée du terrain qui s'auto-soutient, sont disponibles (Adachi 1992, Moussa et Swoboda 1995).

Leca et Clough (1992) présentent la NATM comme une alternative économique aux méthodes traditionnelles d'excavation dans les sols cohérents et les roches. Initialement, elle aurait été conçue pour les tunnels creusés dans les milieux rocheux sous forte couverture, puis a été étendue aux tunnels peu profonds en sites urbains.

Vu l'existence de phasages dans la NATM, celle-ci fait appel à des moyens d'excavation tels la machine à attaque ponctuelle. Les parois et le front de taille nouvellement exposés sont systématiquement soutenus par du béton projeté et éventuellement par des ancrages. En général, ce n'est qu'un peu plus tard qu'un revêtement définitif est posé en paroi afin d'assurer l'équilibre à long terme (figure I.4).

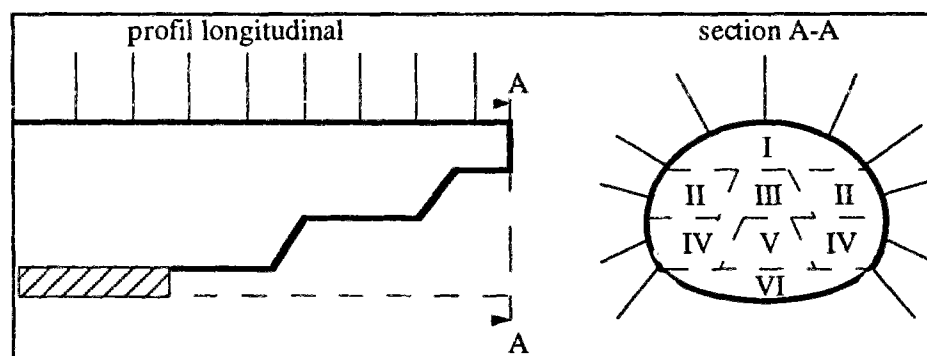


Figure I.4 : exemple de phasage multiple.

Cependant de vives critiques se sont manifestées, ces dernières années contre la NATM et ses concepteurs, notamment de la part de Kovari (1995). Ces critiques portent essentiellement sur l'appropriation, par les concepteurs de la NATM, du concept du terrain qui s'auto-supporte et sur la validité analytique et expérimentale de la forme en cuvette (figure I.5) des courbes de terrain de Fenner-Pacher (Pacher 1964, Kiyama et *al.* 1991). A partir de ces courbes, les concepteurs estiment que le point d'équilibre optimum du tunnel correspond au minimum de la cuvette. Etant donné que la rigidité du soutènement, qui conditionne la pente de sa courbe caractéristique (qui est une droite lorsque le soutènement a un comportement élastique linéaire) est constante, le choix consiste à estimer le bon paramètre U_0 : convergence en paroi au moment de la pose du soutènement. Le but est donc de laisser converger la paroi, à la section de pose, jusqu'à une certaine valeur U_0 puis de mettre en oeuvre le soutènement. Si celui-ci est posé quand la convergence en paroi est inférieure à U_0 , il serait plus chargé. Par contre s'il est posé quand la convergence est supérieure à U_0 , alors il se pourrait que le terrain soit trop dégradé au voisinage de la paroi et que le soutènement ne soit plus capable de jouer son rôle convenablement.

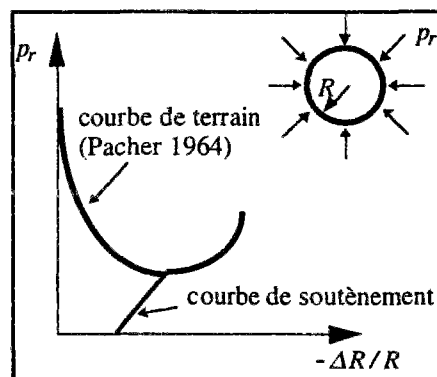


Figure I.5 : courbe de Fenner-Pacher.

Notons que les critiques envers la NATM se sont intensifiées depuis que certains chantiers conduits selon cette méthode ont connu beaucoup de difficultés en causant de graves dommages, notamment à Munich (avec perte de vies humaines) et à Londres-Heathrow, respectivement en Septembre et Octobre 1994.

I-5.2 Tunneliers.

Afin de faire face aux contraintes liées au creusement des tunnels, notamment réduire les tassements en surface, assurer la stabilité du front de taille ou encore réduire la durée de gêne occasionnée aux riverains, les responsables de projets choisissent de plus en plus souvent le recours à un tunnelier (ou bouclier). Ces machines se sont considérablement développées ces dernières années et ont gagné en vitesse d'avancement, en fiabilité, en capacité d'adaptation aux terrains et en augmentation de diamètre d'excavation. De plus, pour des chantiers de moyenne ou grande importance, le critère économique plaide aussi en faveur du recours aux tunneliers.

Plusieurs types de boucliers existent et le choix d'un type particulier s'effectue, en général, suivant le contexte géologique et hydrogéologique du projet (Schwenzfeier 1995, André *et al.* 1995).

Cependant l'utilisation d'un tunnelier ne peut être prescrite dans tous les cas, notamment quand les terrains traversés présentent une forte hétérogénéité ou dans le cas, bien sûr, où la section du tunnel n'est pas circulaire (en forme de fer à cheval, par exemple).

Notons qu'actuellement le diamètre du plus grand tunnelier (à front confiné) atteint 14,14 mètres (Schwenzfeier 1995).

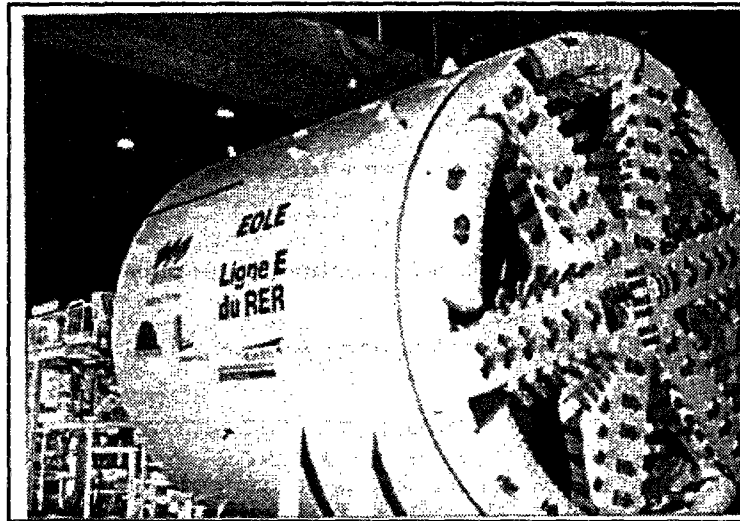


Figure I.6 : exemple de tunnelier à pression de boue (document T.O.S. n° 128).

I-5.3 Soutènements et revêtements.

Dans la pratique, on distingue entre *soutènement* et *revêtement*.

- Le premier joue un rôle provisoire et est mis en oeuvre pendant les travaux d'excavation.
- Le second a pour but d'assurer l'équilibre à long terme. En général, il est mis en oeuvre plusieurs mois après la pose du soutènement.

Le soutènement et le revêtement concernent les parois du tunnel et sont posés à une certaine distance du front de taille. Celle-ci peut varier, en général, de zéro à un diamètre d'excavation suivant la nature du terrain, entre autres.

Le problème du choix du soutènement est important et se pose dès la conception de l'ouvrage. Ce choix se base sur les paramètres géotechniques déterminés à partir des expériences au laboratoire et sur les données acquises sur le comportement d'ouvrages analogues, ou encore sur les recommandations de l'AITES (Association Internationale de Travaux En Souterrain) ou de l'AFTES (Association Française de Travaux En Souterrain), c'est-à-dire sur le retour d'expérience.

Puis, en général, un calcul simplifié ou numérique est réalisé afin d'évaluer les poussées de terrain que devra supporter ce soutènement.

Parmi les modes de soutènement possibles, le plus utilisé est le béton projeté. En effet, celui-ci présente plusieurs avantages :

- facilité de mise en oeuvre.
- bonne adhérence aux parois. Ceci est un réel avantage par rapport aux cintres, par exemple, qui sont rarement en contact avec la paroi sur toute la circonférence.
- rigidité croissante pendant la prise du béton.

En outre, des fibres d'acier peuvent être rajoutées au béton avant sa projection afin d'augmenter sa résistance principalement.

S'il y a nécessité, plusieurs modes de soutènement peuvent être mis en oeuvre simultanément. Ainsi le béton projeté peut être mis en oeuvre après boulonnage de tout ou partie de la circonférence de la section d'une galerie (figure I.7) ou après pose de cintres ou treillis.

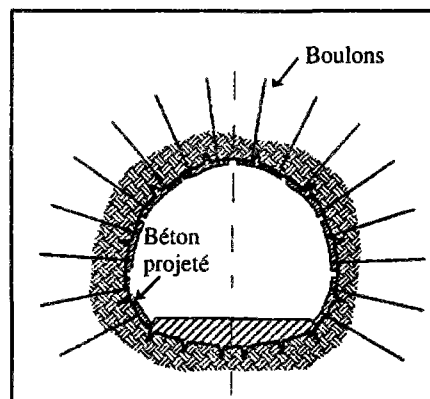


Figure I.7 : section de tunnel avec béton projeté et boulons.

Dans le cas de certains ouvrages souterrains, ces modes de soutènement mis en oeuvre simultanément peuvent constituer le revêtement final si leur pérennité peut être garantie (surtout dans le cas des boulons).

Nous avons parlé du soutènement des parois du tunnel mais il existe aussi des modes de soutènement du front de taille quand sa stabilité peut faire défaut. En effet, quand le tunnel n'est pas creusé au bouclier, le front de taille peut être soutenu par application de béton projeté ou, si cela n'est pas suffisant, par des inclusions de tubes en matière plastique armés de fibres de verre. Ceux-ci présentent le double avantage d'avoir une bonne résistance à la traction (pour la stabilité du front) et de pouvoir être facilement détruits par une machine à attaque ponctuelle (lors de l'excavation du front pour l'avancement des travaux).

Le revêtement définitif est souvent constitué par un béton non armé coffré. Il existe aussi des revêtements en voussoirs métalliques, en béton armé préfabriqué ou mixtes acier - béton posés par le tunnelier (tunnel sous la Manche) notamment pour résister à de fortes pressions d'eau.

I-6 CALCULS ANALYTIQUES.

Durant les deux dernières décennies, les méthodes de dimensionnement des ouvrages souterrains ont enregistré de grands progrès. Passant du stade purement empirique à celui où l'on fait appel à des modèles numériques très développés qui permettent la prise en compte de la complexité du problème traité, notamment grâce au développement des moyens informatiques.

Cependant, si en raison de la restriction de ses hypothèses, un calcul purement analytique (c'est-à-dire pour lequel des solutions explicites existent) ne peut prétendre résoudre entièrement un problème géotechnique réel, il reste néanmoins un outil très apprécié par les concepteurs. En effet, un modèle analytique peut rendre compte de l'influence de certains paramètres importants du dimensionnement (Daemen 1977). Ainsi l'utilisation la plus courante d'un tel modèle, en dehors de fixer des ordres de grandeur, est d'effectuer une étude paramétrique à moindre coût (Wang et Dusseault 1995).

I-6.1 Hypothèses générales.

En ce qui concerne les tunnels, les modèles analytiques se basent très souvent sur les hypothèses suivantes :

- massif infini, homogène et isotrope ;
- section de tunnel circulaire ;
- petites transformations ;
- déformation plane.

Ces hypothèses seront reprises et explicitées ultérieurement. Elles sont indépendantes de la loi de comportement du massif.

En l'absence de couplages, un modèle analytique est axé essentiellement sur une résolution en contraintes et déplacements.

Puis, suivant la nature du modèle, d'autres hypothèses peuvent se rajouter, comme : chargement isotrope, isotropie et homogénéité du comportement, incompressibilité élastique (coefficient de Poisson $\nu = 0,5$), incompressibilité plastique (angle de dilatance nul), ...

I-6.2 Solutions en élastoplasticité.

Le lecteur intéressé par l'historique des solutions analytiques élastoplastiques appliquées aux problèmes des tunnels pourra consulter, par exemple, l'article de Brown *et al.* (1983) ou la thèse de Corbetta (1990). Il existe aussi des solutions élastoplastiques plus développées telles :

- le cas d'un matériau de Tresca écrouissable (Bernaud 1991) ou en régime d'arête quand le matériau n'est pas élastiquement incompressible (Wong 1994).
- le cas, pour un matériau élastoplastique, où le champ de contrainte initiale régnant dans le massif n'est pas isotrope (Detournay 1986, Detournay et Fairhurst 1987).

I-6.3 Solutions en viscoélasticité.

Plusieurs solutions analytiques concernant la galerie circulaire dans un massif viscoélastique avec précontrainte isotrope existent, dans le cas où l'effet d'avancement du front de taille est modélisé par une pression interne décroissante (Panet 1979, Sulem 1983) ou par la décroissance de la pression de confinement (Sakurai 1978, Ladanyi 1993).

I-6.4 Solutions en viscoplasticité.

Des solutions semi explicites existent en viscoplasticité (Bérest et Nguyen Minh 1983, Fritz 1984, Nguyen Minh 1986, Rousset 1988, Yamatomi *et al.* 1988, Bérest 1989). Parmi ces solutions analytiques, celles du matériau de Bingham avec critère de Tresca ou Mohr-Coulomb à pression intérieure variable, seront détaillées dans la partie II de ce mémoire, relative au comportement des galeries profondes dans les milieux viscoplastiques.

D'autres lois de comportement différé, dépendant explicitement du temps existent. Elles sont essentiellement utilisées à but de calage sur des données expérimentales ou *in situ* (Sulem 1983, Sulem *et al.* 1987).

I-7 MÉTHODES SIMPLIFIÉES DE CALCUL DES TUNNELS.

Entre les méthodes numériques et les méthodes empiriques pour le dimensionnement des tunnels il existe une grande place à pourvoir pour les méthodes simplifiées basées sur des modèles analytiques, certes avec des hypothèses restrictives mais qui permettent au concepteur, avec un nombre de données réduit, de faire une investigation rapide sur le choix des modes d'excavation et de soutènement.

La redistribution des contraintes autour d'une galerie excavée peut induire des *instabilités* dans le massif environnant d'où la nécessité d'un soutènement ou renforcement. Puis se pose la question du dimensionnement de ce soutènement ainsi que l'optimisation du temps de sa pose (problème déjà

abordé lors de la discussion sur la NATM). De là naît donc l'idée préliminaire de l'interaction entre massif et soutènement. Nous verrons lors de l'introduction de la *Nouvelle Méthode Implicite* (cf. I-7.2) que cette interaction est plus complexe qu'il n'y paraît et a une grande influence sur l'équilibre final du tunnel.

Les méthodes simplifiées évoquées ici servent essentiellement à :

- donner une estimation de l'état d'équilibre final sous hypothèses simples;
- faciliter le calcul de dimensionnement d'un tunnel en passant du modèle tridimensionnel au modèle bidimensionnel en déformation plane à l'aide d'artifices à préciser (pression fictive, ...) valables seulement dans le cas d'hypothèses restrictives mais très souvent utilisés dans des cas plus complexes (plus proches des conditions réelles) par les ingénieurs.

I-7.1 Méthode classique (convergence-confinement).

Plusieurs auteurs ont remarqué depuis déjà longtemps que les déformations dans une section longitudinale d'un tunnel commencent à une distance d'un diamètre en aval du front de taille et s'achèvent à quelques diamètres, environ deux, en amont de celui-ci. Puis l'idée leur est venue de modéliser le mouvement du front de taille par rapport à une section d'étude du tunnel en déformation plane par une pression décroissante s'exerçant sur les parois de l'excavation. Cette pression décroît donc de la valeur de la pression initiale de précontrainte du massif (section en aval du front, loin devant) à zéro (section en amont du front, loin derrière). Depuis, les courbes caractéristiques du terrain (courbes de convergence) ont vu jour, pour différentes lois de comportement (Fenner 1938, Peck 1969, Lombardi 1973, Rabcewicz 1973, Panet et Guellec 1974). Ces courbes relient la pression appliquée en paroi (P_i) à la convergence qui s'y produit (U_i) (figure I.8).

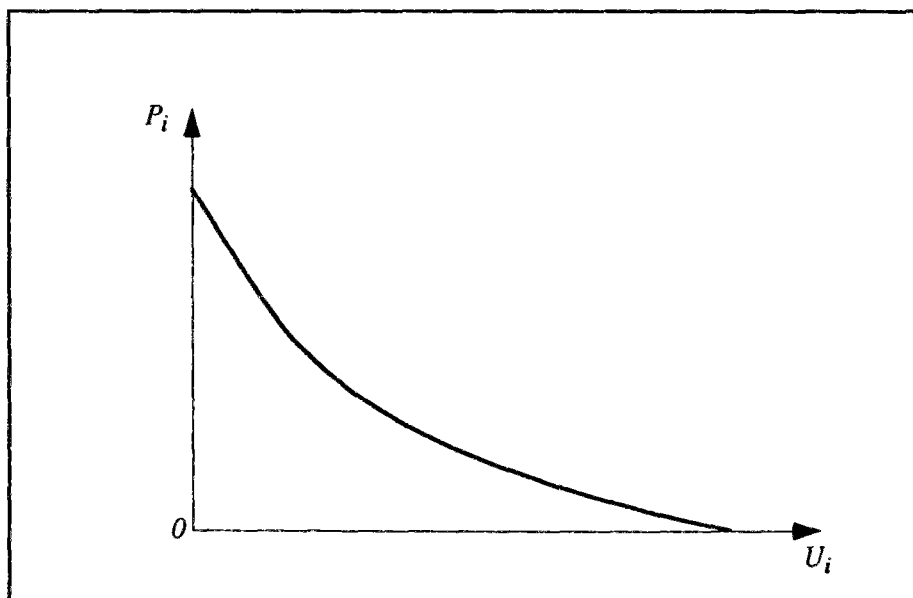


Figure I.8 : exemple de courbe de convergence élasto-plastique.

I-7.1a Pression fictive.

La pression décroissante appliquée en paroi P_i et qui simule l'avancement du front de taille est appelée *pression fictive*. Cette appellation est due au fait que celle-ci ne s'exerce pas réellement sur la paroi. C'est un artifice qui permet de passer du problème tridimensionnel de l'excavation du tunnel à un problème en déformation plane équivalent du point de vue égalité des convergences en paroi.

I-7.1b Taux de déconfinement.

C'est un paramètre, généralement noté λ , relié à la pression fictive P_i par :

$$\boxed{\lambda = 1 - P_i / P_\infty} \quad (1.2)$$

où P_∞ est la précontrainte initiale isotrope du massif. Lorsque la pression fictive décroît de P_∞ à zéro, le taux de déconfinement croît donc de zéro à 1 (figure I.9).

Pour une section du tunnel donnée, le paramètre λ dépend de la distance x au front de taille ainsi que de la loi de comportement du massif. Pour un massif élastique linéaire, au droit du front de taille, on a $\lambda \approx 0,3$.

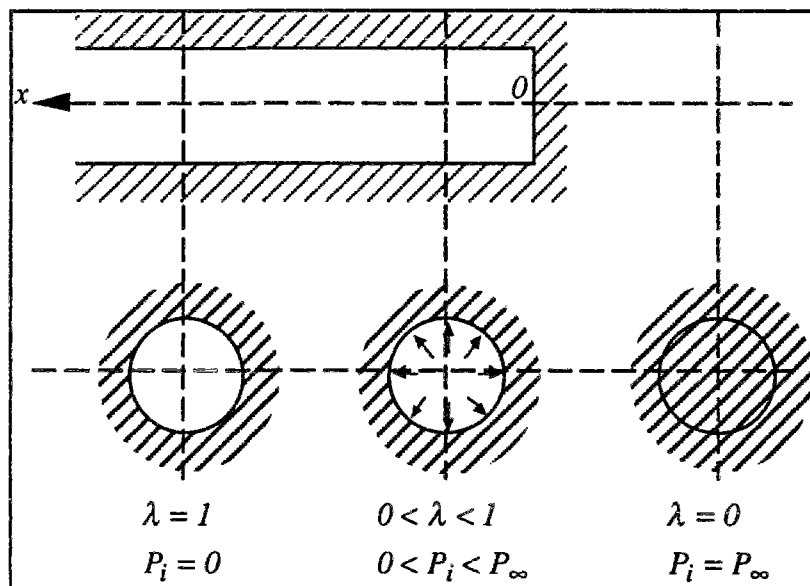


Figure I.9 : principe du taux de déconfinement (d'après Panet 1995).

Dans AFTES 1983 on trouvera, pour un terrain purement cohérent, des courbes donnant λ en fonction de x pour différentes valeurs du facteur de charge $N_s = P_\infty / C$ où C est la cohésion du matériau constituant le massif.

Ces courbes sont déterminées de la manière suivante :

- (i) le calcul analytique établit une relation entre la pression appliquée en paroi P_i et la convergence qui s'y produit U_i .
- (ii) un calcul numérique 3D ou 2D axisymétrique du tunnel *non soutenu* donne la convergence U_i en fonction de la distance x au front (pour $x \geq -2R_i$, par exemple, où R_i est le rayon d'excavation).

P_i , dans le cas du tunnel non soutenu, désigne la pression fictive, et à partir de (i), on établit la courbe donnant P_i en fonction de x . Puis, de la relation (1.2), on déduit la courbe $\lambda(x)$.

I-7.1c Courbes caractéristiques du terrain et du soutènement.

Celles-ci sont généralement appelées courbes de convergence (CV) et de confinement (CF), respectivement. D'où le nom de méthode convergence-confinement (AFTES 1979 et 1983). Cette méthode est surtout utilisée, jusqu'à présent, pour des terrains ayant un comportement élastique ou élastoplastique.

La première courbe (CV) est déterminée de façon analytique explicite ou numérique à partir de l'analyse unidimensionnelle d'une section de galerie circulaire en déformation plane et soumise à une pression intérieure P_i .

Dans la majeure partie des cas, le soutènement est considéré avoir un comportement élastique linéaire et la pression qu'il subit de la part du massif s'écrit donc:

$$\boxed{P_i^s = K_s (U_i - U_0)} \quad (1.3)$$

où U_i désigne toujours la convergence en paroi et U_0 sa valeur lors de la pose du soutènement. K_s désigne la rigidité du soutènement (figure I.10). On trouvera dans AFTES 1983, des valeurs de K_s pour différents types de soutènements.

L'équation (1.3) définit la courbe de soutènement (CF).

Des cas où le soutènement admet un comportement non linéaire ont également été traités (Rousset et al. 1989, Bernaud 1991).

La figure I.10 résume la méthode convergence-confinement et montre qu'il y a bien une interaction entre massif et soutènement. Avant que ce dernier ne soit mis en place, une décompression partielle du massif, accompagnée d'une convergence en paroi U_0 *indéterminée*, est déjà entamée. A partir de cet instant, en continuant le creusement et en achevant la mise en place du soutènement, le massif charge celui-ci et continue de converger jusqu'à atteindre le point E intersection des courbes CV et CF. Ce point, indéterminé aussi, correspond à un état d'équilibre en contraintes et déformations.

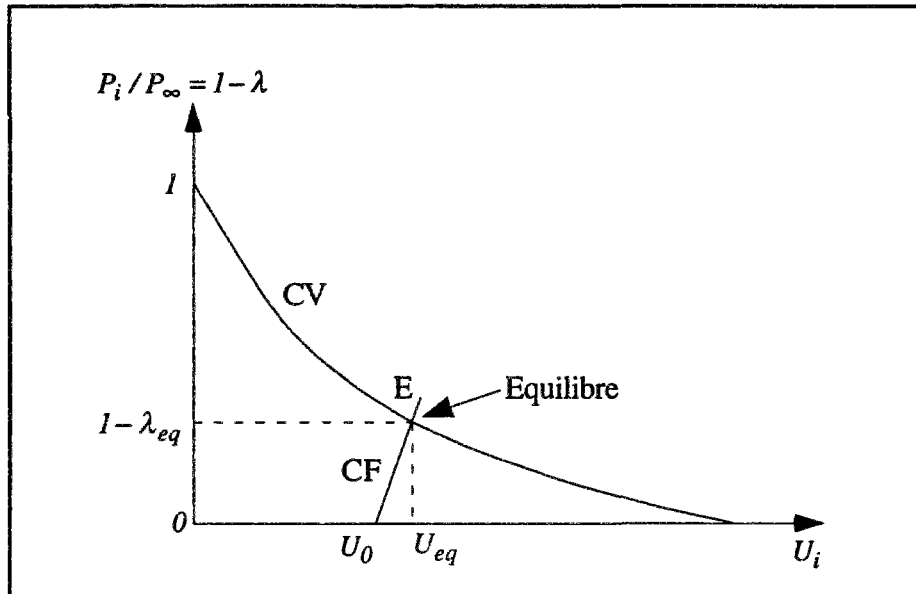


Figure I.10 : méthode convergence-confinement, équilibre.

Trois données sont nécessaires et suffisantes pour déterminer cet état d'équilibre : la courbe CV, la courbe CF et la valeur de U_0 .

Si la courbe CV peut être déterminée assez aisément à partir d'une analyse unidimensionnelle analytique ou numérique et si la raideur du soutènement est facilement calculée à partir des caractéristiques mécaniques et géométriques de celui-ci, il n'en va pas de même pour U_0 .

La figure I.10 montre clairement l'importance de ce dernier paramètre quant à la détermination de l'équilibre.

Une première contribution à la détermination de U_0 se trouve dans AFTES 1983 à partir des courbes donnant le taux de déconfinement λ en fonction de la distance x au front. En effet, pour un soutènement posé à la distance d_0 du front, on détermine le taux de déconfinement correspondant $\lambda_0 = \lambda(x = d_0)$ à partir de la courbe de déconfinement, puis U_0 à partir de la courbe CV du terrain.

Toutefois, cette détermination souffre d'un manque de précision dans les cas suivants (en ce qui concerne une analyse élastoplastique) : aux alentours du front, pour des comportements élastoplastiques avec frottement et dans le cas d'une plastification importante.

Dans (Corbetta 1990) une contribution est apportée. On y trouve des formules analytiques explicites approchées pour les courbes de convergence $U_i(x)$ du tunnel *non soutenu*, c'est-à-dire la convergence en paroi d'une section de la galerie circulaire en fonction de la distance x au front, pour le cas d'un massif élastoplastique parfait satisfaisant à des critères usuels (Tresca et Mohr-Coulomb). Les courbes de convergences plastiques sont déterminées à partir de celle correspondant à un massif élastique linéaire par une similitude dont le rapport dépend des caractéristiques plastiques du massif. De là, U_0 est déterminé simplement par $U_0 = U_i(x = d_0)$.

On remarque que dans toute l'analyse concernant la détermination de U_0 , on n'a pas parlé de la rigidité du soutènement. Les méthodes de détermination de U_0 données par AFTES (1983) ou par Corbetta (1990) en sont indépendantes.

Des calculs numériques sur modèle axisymétrique pour un tunnel soutenu en milieu élastoplastique ont été réalisés par Hanafy et Emery depuis 1980. Ceux-ci montrent clairement que la convergence U_0 lors de la pose du soutènement est influencée par la rigidité de celui-ci. En effet, pour d_0 fixé, plus K_s est grande plus U_0 est faible en réalité, alors que la convergence U_0 fournie par la méthode convergence-confinement classique reste invariante (figure I.11).

Donc l'interaction entre massif et soutènement ne se résume pas seulement à l'influence de la rigidité de ce dernier sur le point d'équilibre mais aussi sur la convergence en paroi lors de la pose du soutènement. La méthode convergence-confinement classique présente là une lacune importante à laquelle il convient de remédier.

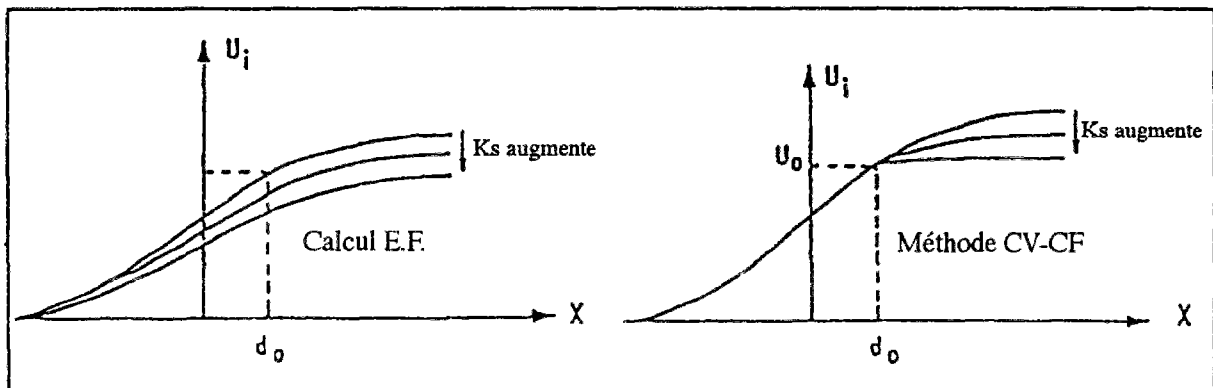


Figure I.11 : prise en compte de la rigidité du soutènement pour la détermination de U_0 .

D'après Einstein et Schwartz (1979), une bonne méthode simplifiée de dimensionnement des tunnels doit satisfaire trois critères :

- simple à utiliser ;
- capable de tenir compte de la modélisation des principales caractéristiques du massif et du soutènement ;
- modéliser correctement les conditions de chargement ainsi que l'interaction entre massif et structure.

Les premier et second critères sont bien satisfaits par la méthode convergence-confinement classique mais le troisième ne l'est pas tout à fait pour les raisons évoquées ci-dessus.

I-7.2 Méthodes simplifiées récentes.

Bernaud (1991) apporta une réponse quant à la manière de tenir compte de K_s dans le calcul de U_0 , pour un massif élastique. Puis Bernaud et Rousset (1992) exposèrent, pour le cas d'un massif

élastoplastique, une méthode simplifiée s'appuyant sur les principes de base de la méthode convergence-confinement mais qui tient compte de manière plus rigoureuse de l'interaction entre massif et soutènement. Cette méthode est intitulée Nouvelle Méthode Implicite (NMI).

Le mot "Implicite" traduit le fait que pour le calcul de U_0 , on a besoin de U_{eq} , convergence à l'équilibre (point E), et *vice-versa*. Ainsi donc, le point d'équilibre (U_{eq}, P_{eq}) et la convergence U_0 sont calculés simultanément (P_{eq} désigne la pression exercée sur le soutènement à l'équilibre) :

$$\begin{cases} P_{eq} = CV(U_{eq}) \\ P_{eq} = K_s(U_{eq} - U_0) \\ U_0 = f(U_{eq}, K_s) \end{cases} \quad (1.4)$$

Dans Bernaud et *al.* (1994), les formules détaillées de la NMI sont données pour plusieurs critères plastiques usuels (voir annexe A1). Benamar et *al.* (1996) mirent au point des abaques facilitant l'utilisation de la NMI. La figure I.12 montre un exemple de dépendance de U_0 par rapport à K_s , autres paramètres gardés constants, dans le cas d'un critère de Tresca pour le massif.

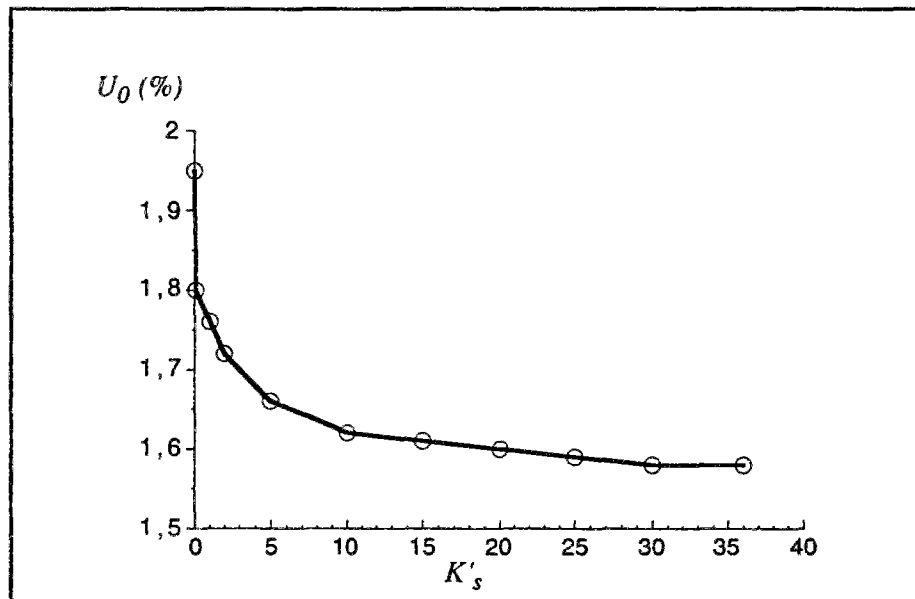


Figure I.12 : influence de la rigidité du soutènement sur U_0 .

N_s , C' , d'_0 et K'_s désignent les paramètres indépendants définissant un problème de tunnel soutenu creusé dans un massif de Tresca élastiquement incompressible.

$$N_s = P_\infty / C, \quad C' = C / E, \quad d'_0 = d_0 / R_i, \quad K'_s = K_s / E.$$

Où P_∞ désigne la précontrainte initiale isotrope du massif, C la cohésion, E le module d'Young, R_i le rayon d'excavation, d_0 la distance de pose du soutènement par rapport au front de taille et K_s la rigidité du soutènement.

Une autre méthode simplifiée tenant compte de la dépendance de K_s par U_0 a été présentée par Nguyen Minh et Guo (1993b) puis dans la thèse de Guo (1995). Après une étude paramétrique basée sur des calculs numériques en modèle axisymétrique, ils ont établi une relation empirique entre U_0^* et U_∞^* pour un matériau de Mises, relation supposée vraie pour d'autres critères plastiques.

Pour un soutènement posé à la distance d_0 du front, U_0^* désigne le rapport de la convergence en paroi à la distance d_0 du tunnel soutenu à celle du tunnel non soutenu. U_∞^* désigne le rapport de la convergence à l'équilibre pour une section loin du front du tunnel soutenu à celle du tunnel non soutenu.

Il faut préciser que pour ces méthodes simplifiées, le matériau constituant le massif est supposé élastiquement incompressible ($\nu = 0,5$). C'est essentiellement dû au fait que l'étude analytique s'en trouve simplifiée. L'étude paramétrique numérique s'en trouve aussi réduite par diminution du nombre de paramètres. De plus, d'après Einstein et Schwartz (1979) et Nguyen Minh et Schmitt (1988), le coefficient de Poisson joue un rôle secondaire dans les problèmes de tunnel isolé en milieux infini élastoplastique (isotherme). Cette affirmation fut généralisée par Rousset (1988) au cas des milieux viscoplastiques.

Remarques :

Dans le cas plastique peut se poser le problème d'unicité de la courbe CV. D'après Rousset (1993), cette courbe est unique du moment que son calcul se fait en choisissant comme paramètre de chargement la pression P_i strictement décroissante de P_∞ à 0 et si de plus les solutions cherchées respectent la symétrie cylindrique.

I-7.3 Limitations des méthodes simplifiées.

Il existe deux limitations majeures quant à l'utilisation des méthodes simplifiées pour le calcul des tunnels :

- La première concerne les hypothèses sur lesquelles se basent ces méthodes. C'est-à-dire essentiellement l'isotropie de la précontrainte initiale du massif, tunnel situé en profondeur, massif homogène et isotrope, géométrie circulaire du tunnel avec rigidité constante du soutènement et analyse en déformation plane.

- La seconde concerne la précision des résultats de calcul qui ne peut être meilleure que celle des paramètres mécaniques relatifs au massif et au soutènement, d'où l'intérêt d'en tenir compte en procédant à des études paramétriques. On précise tout de même que cette limitation concerne aussi le calcul numérique.

I-7.4 Avantages des méthodes simplifiées.

Les limitations réduisent, en théorie, considérablement le champ d'application de ces méthodes. Il est vrai qu'une approche rigoureuse du problème de calcul des ouvrages souterrains ne peut être que tridimensionnelle et par conséquent très coûteuse. C'est pour cette raison que, même pour des projets de tunnels peu profonds, à géométrie non circulaire et à phasage multiple, les méthodes simplifiées restent très prisées par les ingénieurs car elles constituent, au stade de l'avant projet notamment, un bon outil permettant d'obtenir des ordres de grandeurs ainsi que de montrer l'influence des divers paramètres dimensionnants (Steneck 1987, Leca et Clough 1992).

Cependant ces méthodes vérifient toujours les trois critères énoncés précédemment (cf. I-7.1c).

Des extensions de la méthode convergence-confinement classique ont été tentées pour le cas où la précontrainte initiale est anisotrope par Einstein et Shwartz (1979) puis Gill et Leite (1995) pour un matériau élastique. Detournay et Fairhurst (1982) tracent les courbes caractéristiques du terrain en différents points de la circonférence de la section d'étude pour un matériau de Mohr-Coulomb dilatatant.

Dans la partie II de ce mémoire, on développera une extension de la méthode convergence-confinement classique et de la nouvelle méthode implicite au cas d'un massif viscoplastique. Un nouveau paramètre dimensionnant entre en jeu : le temps.

I-8 CALCULS NUMÉRIQUES.

Les méthodes numériques en génie civil permettent le calcul de structures complexes. En ce qui concerne les ouvrages souterrains, divers paramètres peuvent être pris en compte, comme par exemple la profondeur, la géométrie de l'ouvrage, le phasage de l'excavation, l'hétérogénéité du massif et le comportement non linéaire du terrain et du soutènement. Evidemment, un calcul analytique ne peut aboutir dans ces cas, et c'est là tout l'intérêt du calcul numérique car il repose sur un traitement des équations de base de la mécanique. Celui-ci a connu un développement considérable depuis les années soixante grâce au développement des outils informatiques.

Les codes de calculs numériques en génie civil reposent essentiellement sur les méthodes d'éléments finis, de différences finis, d'éléments distincts ou d'éléments de frontière. Cependant, la plus utilisée reste la méthode des éléments finis (voir, par exemple, Zienkiewicz 1991). C'est celle

qu'on utilisera dans les calculs numériques de simulation de creusement présentés dans ce mémoire.

Les outils numériques permettent donc, notamment, de traiter les problèmes de tunnels en modèle tridimensionnel. Ce type d'analyse permet, en effet, de s'affranchir des limitations imposées par les modèles bidimensionnels tels la modélisation de la proximité du front de taille dans le cas de la déformation plane ou la géométrie de l'ouvrage dans le cas axisymétrique. De plus, seul un calcul 3D permet de déterminer les contraintes et les déformations de manière réaliste dans le massif et dans le soutènement.

En dépit de ses avantages, le modèle numérique 3D est peu utilisé dans les calculs de dimensionnement des tunnels car il présente également de nombreux inconvénients, dont :

- grande consommation des calculs en temps machine et en espace mémoire ;
- complexité du maillage et de la modélisation du phasage d'excavation ;
- difficulté d'exploitation des résultats.

Pour simplifier les calculs, si un problème tridimensionnel vérifie les conditions d'axisymétrie, c'est-à-dire essentiellement si le tunnel est circulaire et le massif isotrope et homogène, alors il peut être traité numériquement en modèle 2D axisymétrique. Ceci est possible même si le champ de contrainte initiale n'est pas isotrope (Winnicki et Zienkiewicz 1979).

I-8.1 Simulation numérique du creusement.

La simulation numérique de l'excavation par la méthode des éléments finis a suscité beaucoup d'intérêt depuis plus de 25 ans. C'est un problème qui n'est pas simple et les premiers modèles numériques étaient entachés d'erreurs car donnaient des résultats différents pour un même problème d'excavation suivant le nombre d'étapes de creusement pour le cas d'un terrain à comportement élastique linéaire (le principe de superposition n'était pas vérifié!). Voir à ce propos l'étude critique présentée par Brown et Booker (1985) sur les erreurs présentes dans les modèles numériques erronés simulant l'excavation.

En général, une excavation est simulée par la méthode des éléments finis en appliquant des contraintes sur la surface nouvellement exposée de telle sorte qu'elle soit libre.

La figure I.13a montre un massif A-B duquel sera excavée la portion A hachurée. A l'état initial, le comportement de B serait identique si la portion A n'existait pas mais remplacée par les efforts internes t_i qu'elle exerçait sur la surface de contact avec B (figure I.13b). L'effet de l'excavation de A sur B sera donc identique à l'annulation des efforts t_i , en appliquant $-t_i$ sur la surface de contact entre A et B (figure I.13c).

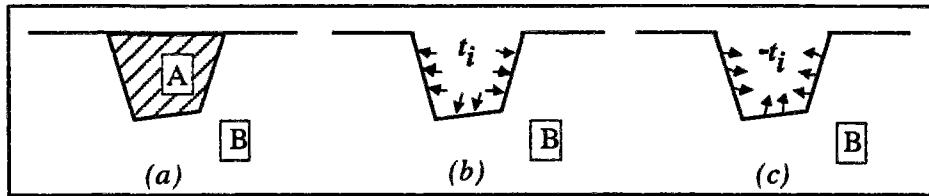


Figure 1.13 : principe de l'excavation en calcul numérique.

Au voisinage des surfaces excavées, il convient d'affiner le maillage car il y a en général une forte concentration des contraintes (surtout dans les cas d'ouvrages profonds).

Nous ne détaillerons pas ici les étapes de traitements théoriques (liées au théorème des travaux virtuels) et numériques (liées aux forces nodales des éléments excavés) préalables à une bonne simulation de creusement réduisant au minimum le cumul des erreurs même dans les cas d'un massif non linéaire excavé en plusieurs étapes. Mais le lecteur intéressé pourra consulter avec profit les articles de Brown et Booker (1985), Lee et Rowe (1990) et Comodromos et al. (1991).

I-8.2 Méthodes d'excavation en 3D et 2D axisymétrique.

En modèles numériques 3D ou 2D axisymétrique, la simulation de creusement d'un tunnel soutenu ou non peut s'effectuer de deux manières différentes :

- la méthode du *régime stationnaire*, valable seulement si la vitesse d'avancement du front de taille (ou vitesse de creusement) est constante. Basée sur l'algorithme stationnaire (Nguyen Quoc et Rahimian 1981), cette méthode permet en un seul calcul de déterminer l'état asymptotique ainsi que l'histoire mécanique d'un point matériel avant et après passage du front de taille (Nguyen Minh et Corbetta 1991). Mais la simulation de la pose du soutènement par cette méthode est délicate. En effet, le soutènement n'est actif qu'après un certain temps correspondant à la distance de pose (le séparant du front de taille). La méthode stationnaire a été aussi étendue au cas des problèmes couplés hydro-mécaniques par Anagnostou (1995b).
- La méthode de creusement pas-à-pas (*step-by-step*) dite aussi méthode d'*activation-désactivation* dans le cas d'un tunnel soutenu. Les éléments du massif excavés sont désactivés, en divisant leur rigidité par un grand nombre (10^6 par exemple) et les éléments du soutènement sont activés après chaque étape de creusement, puis l'équilibre est déterminé par résolution du système.

Cette méthode a l'avantage de pouvoir simuler une cadence réelle de creusement avec arrêts de chantier et variations de vitesse d'avancement du front de taille. Elle nécessite cependant un calcul complet par séquence de creusement et de soutènement même dans le cas d'un comportement linéaire du massif et du soutènement, ce qui conduit à des temps de calcul assez importants.

Néanmoins cette méthode est très souvent utilisée dans les simulations de creusement 3D ou 2D axisymétrique présentes dans la littérature (Hanafy et Emery 1980 & 1982, Bernaud 1991, Hagedorn et Sattel 1993, ...).

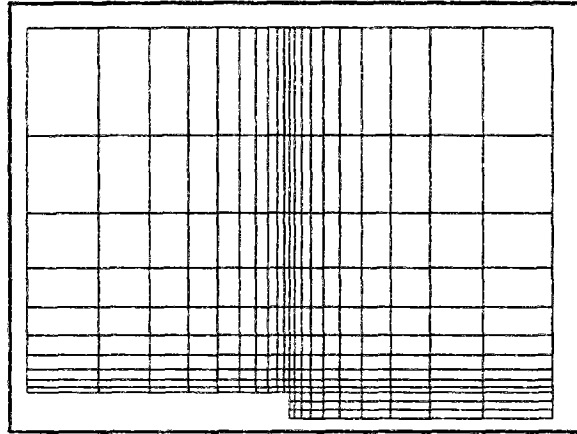


Figure I.14a : exemple de maillage 2D axisymétrique.

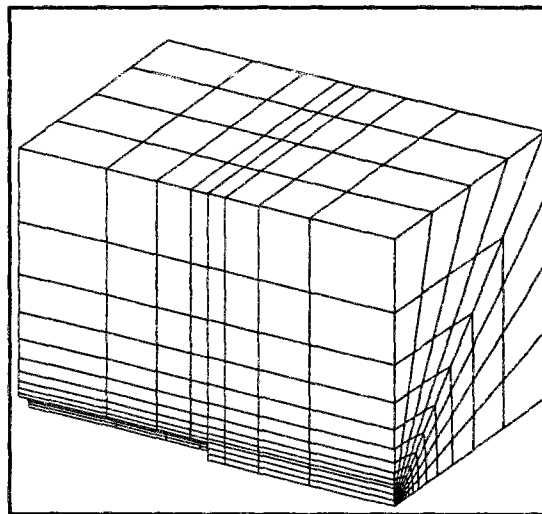


Figure I.14b : exemple de maillage 3D.

I-8.3 Calculs en 2D déformation plane.

Dans le modèle numérique 2D en déformation plane on s'intéresse à une section transversale du tunnel. Les calculs sont alors plus simples et plus rapides qu'en 3D et 2D axisymétrique. Mais lorsqu'on dit *déformation plane*, on suppose implicitement que la section du tunnel se trouve hors de la zone d'influence du front de taille (car dans cette zone le problème est réellement tridimensionnel) c'est-à-dire loin devant ou loin derrière le front de taille. Or si l'on se contente d'une étude en 2D déformation plane pour dimensionner un tunnel, il faudrait être capable de reproduire le phasage d'excavation ainsi que l'influence du mouvement et de la proximité du front de taille. C'est là que les méthodes simplifiées introduites dans le chapitre précédent interviennent par l'intermédiaire des notions de pression fictive et de taux de déconfinement qui permettent de

réaliser un calcul en 2D déformation plane presque identique à un calcul 3D du point de vue des déplacements. Plusieurs auteurs s'en sont inspirés (Leca et Clough 1992, Hagedorn et Sattel 1993). D'autres méthodes, plus empiriques, sont utilisées telles la méthode des éléments multiples (Van Dillen et *al.* 1979, Ohnishi et *al.* 1982) ou la méthode du ramollissement (Moussa et Swoboda 1995, Atahan 1996). Cependant, la plupart de ces méthodes sont utilisées en dehors de leur champ d'application qui correspond à des tunnels circulaires et profonds sous chargement isotrope. Ce qui a orienté des chercheurs à étudier plus spécifiquement les tunnels peu profonds, circulaires ou non, sous chargement anisotrope en 3D afin d'établir des règles de passage en calcul 2D en déformation plane (Kielbassa et Duddeck 1991) ou même essayer de voir les limites d'application de la méthode convergence-confinement pour ce type de tunnels (Shahrour et Ghorbanbeigi 1994).

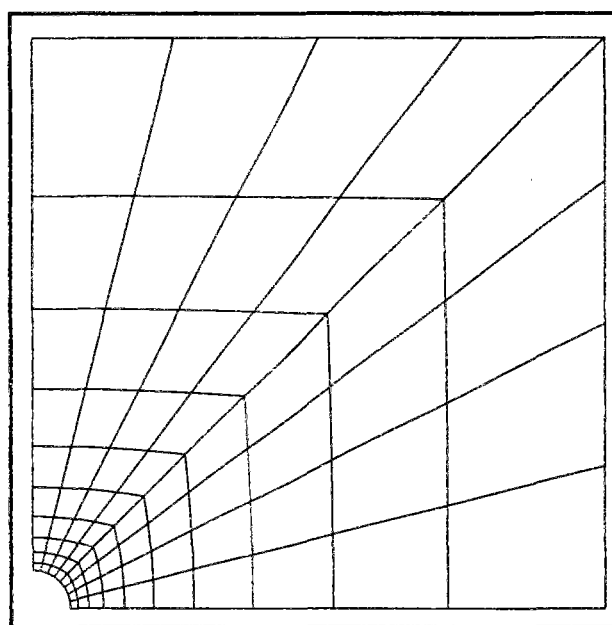


Figure I.14c : exemple de maillage 2D en déformation plane.

I-9 INFLUENCE DE L'EAU SUR LES OUVRAGES SOUTERRAINS.

Depuis longtemps, l'eau présente dans les massifs suscite la méfiance des géotechniciens. Elle était (et est toujours) le principal ennemi du mineur et de l'ingénieur des travaux souterrains. Cette méfiance était d'autant plus accrue que les mécanismes de couplages hydro-mécaniques étaient mal connus. Ceux-ci ont cependant fait l'objet de quantité de recherches depuis les travaux de Biot (1941) sur la consolidation. Ce dernier a établi une formulation mathématique de la poro-élasticité linéaire en considérant l'incompressibilité de l'eau interstitielle et des grains solides constituant la matrice du massif.

Beaucoup d'ingénieurs concepteurs d'ouvrages souterrains tiennent compte de l'existence de l'eau juste dans une approche à long terme en régime permanent des écoulements. Si cette approche *découplée* peut aisément se justifier dans le cas des terrains réputés perméables (sables, craie, ...), il n'en va pas de même dans les terrains peu perméables. Dans ce dernier cas, l'étude entièrement

couplée en régime transitoire et tenant compte de l'histoire du chargement est nécessaire quant à un rigoureux dimensionnement d'ouvrage souterrain creusé dans de tels milieux.

Dans la littérature, plusieurs auteurs émettent, dans la plupart des cas sans apports théoriques, des hypothèses ou remarques liées à l'influence de la présence de l'eau sur la stabilité des ouvrages souterrains. Quelques unes sont cependant déduites d'observations sur le terrain :

Panet (1976) recommande la mise en place d'une étude hydrogéologique soigneuse dans tout projet d'ouvrage souterrain car l'eau est à l'origine des plus graves difficultés rencontrées au cours de l'exécution de tels ouvrages. En réalisant des drains autour de la galerie, on atténue l'incidence des effets dus à l'écoulement d'eau par dissipation de la pression interstitielle. Une autre manière de s'affranchir de ces effets serait de repousser les forces volumiques supplémentaires dues à l'écoulement d'eau le plus loin possible de la galerie en mettant au point des rideaux d'étanchéité ou par injection ou congélation de la zone du massif entourant la galerie (Habib 1994).

Fairhurst (1989) remarque que l'excavation d'un tunnel dans un massif poro-élastique perméable entraîne un drainage du fluide interstitiel en paroi, faisant apparaître ainsi un gradient hydraulique qui donnera naissance à un écoulement et affectera le champ de contraintes environnant.

Les venues d'eau consécutives à l'excavation peuvent induire des charges supplémentaires sur le soutènement, provoquer le gonflement (dans certains cas) de la roche environnant l'ouvrage ou même altérer le soutènement à long terme par corrosion.

Atwa et *al.* (1994) se sont intéressés au fait que le creusement d'un tunnel dans un milieu aquifère perturbe le régime hydraulique établi. Les écoulements qui en résultent peuvent provoquer des instabilités et induire des tassements en surface. Les mêmes auteurs soutiennent que les forces hydrodynamiques (liées aux écoulements d'eau) peuvent être préjudiciables à la stabilité du front de taille et reconnaissent aussi l'importance du régime transitoire dans le cas des sols fins (peu perméables).

Lembo-Fazzio et *al.* (1984) et Eisenstein et *al.* (1992) affirment que la dissipation de la pression interstitielle (par drainage) tend à maintenir le champ des contraintes autour du tunnel dans un domaine pour lequel l'équilibre et la stabilité de l'ouvrage souterrain sont assurés.

A notre avis, une première conclusion à tirer de cette étude bibliographique serait d'affirmer (une fois de plus) qu'il faut prendre en compte le régime hydraulique lors de la conception et l'exécution des ouvrages souterrains. L'étude des phénomènes de couplages hydro-mécaniques, serait-elle simplifiée dans un premier temps, est importante pour justifier et surtout optimiser les décisions que prendront les ingénieurs pour assurer le bon déroulement des travaux d'excavation et l'équilibre à long terme de l'ouvrage creusé en présence d'eau souterraine. Cela présente l'objectif principal de la troisième partie de ce mémoire.

I-10 ÉTUDE DE L'ÉQUILIBRE D'UN TUNNEL.

L'étude de dimensionnement d'un tunnel sert essentiellement à déterminer les convergences et états de contraintes autour du tunnel afin d'analyser l'état d'équilibre (à long terme). Evidemment, d'autres paramètres peuvent attirer l'attention du concepteur tels les tassements induits en surface, les dommages causés à d'autres ouvrages environnants, la stabilité du front de taille lors de l'excavation, ...

Les facteurs importants qui influent sur l'équilibre d'un tunnel sont nombreux et ont été recensés par plusieurs auteurs :

- méthode d'excavation
- temps de pose du soutènement et sa nature
- non linéarités du comportement du massif
- champ de contrainte initiale
- forme géométrique de la section du tunnel (celle-ci influence fortement les efforts et moments de flexion supportés par le soutènement), en plus, évidemment, de l'influence de la viscosité du massif ainsi que des conditions aux limites hydrauliques imposées en paroi du tunnel s'il y a existence de fluide interstitiel dans le massif.

Comme le souligne Rousset (1990), parmi toutes les solutions de soutènement possibles pour un projet de tunnel, le meilleur choix est celui qui satisfait, au mieux, à la fois le critère économique (soutènement léger et facile à mettre en oeuvre) et le critère de sûreté (conserver l'intégrité du massif en limitant le développement de la dégradation du massif au voisinage de l'ouverture).

En effet, dans le cas d'un tunnel profond, par exemple, il est inconcevable qu'un soutènement reprenne les efforts dus au poids total des terrains. Si ce tunnel satisfait les conditions d'axisymétrie (cf. II-3.1) on sait alors que les paramètres d'équilibre P_{eq} et U_{eq} appartiennent à la courbe du terrain. La relation $P_{eq}(U_{eq})$ définit une fonction décroissante. Donc plus on autorisera la convergence du massif avant la pose du soutènement, moins ce dernier sera sollicité par la suite. Cependant il existe un seuil que ne doit pas dépasser cette convergence afin de ne pas induire la rupture de la roche en paroi du tunnel. La difficulté réside donc dans le choix et la *précision* de détermination de la valeur optimale de convergence du massif avant la pose du soutènement. La nouvelle méthode implicite (cf. I-7.2), et son extension au cas d'un massif viscoplastique (cf. partie II), se propose d'apporter une contribution à la résolution de ce problème en identifiant tous les paramètres influants ainsi qu'en calculant des valeurs approchées de cette convergence optimale.

I-11 CONCLUSION.

Dans cette partie du mémoire on a essayé d'exposer une partie de l'état de l'art dans le domaine de la conception des tunnels en général, même si notre attention est plus attirée par les tunnels profonds.

Durant les dernières décennies, les évolutions dans la conception et la réalisation des tunnels ont été menées parallèlement à celles de la Géotechnique (ou de la Mécanique des Roches), des moyens de calculs informatiques et des techniques d'excavation. Plus particulièrement, les efforts de recherche dans les méthodes de modélisation des massifs et de dimensionnement des ouvrages souterrains ont été soutenus et continuent de l'être.

L'étude de l'équilibre à long terme du tunnel soutenu représente l'un des principaux axes de recherche. Cet équilibre est particulièrement sensible aux effets différés induits par le massif environnant et qui résultent de la viscosité du squelette solide constituant le massif ainsi que de la diffusion du fluide interstitiel éventuel.

PARTIE II :

**TUNNELS PROFONDS CREUSÉS EN
MILIEUX ÉLASTO-VISCOPLASTIQUES.**

II-1 INTRODUCTION.

L'expérience montre que dans la plupart des ouvrages souterrains, surtout sous forte couverture, des effets visqueux se manifestent dans le massif environnant. Ces effets sont facilement identifiables au laboratoire, par des essais sur des échantillons de roches, ou *in situ* car ils sont caractérisés par une augmentation des déformations au cours du temps sous sollicitations constantes.

Il est connu que toute roche peut présenter des effets différés au voisinage de la rupture, cependant ces effets sont le plus souvent constatés sur les roches argileuses (Egger 1989). Ce type de roches a fait (et continue de faire) l'objet de plusieurs recherches tant dans le domaine de l'expérimentation que dans celui de la modélisation (Rousset 1988, Giraud 1993, Picard 1994, Tchiye 1995), en particulier en raison de l'intérêt porté aux argiles profondes par les concepteurs de stockage de déchets nucléaires.

Dans cette partie du mémoire, on s'intéresse à la relation entre la viscosité de la roche d'un massif (argileux par exemple) et l'histoire de chargement d'un tunnel qui y est construit. Le massif est considéré comme un milieu continu monphasique et la roche le constituant est visqueuse et vérifie l'un des critères viscoplastiques explicités au paragraphe suivant (cf. II-2). En particulier, nous n'aborderons pas ici les problèmes liés aux différents couplages thermo-mécanique, hydro-mécanique ou encore thermo-hydro-mécanique.

Par histoire de chargement, on entend phasage d'excavation et de pose du soutènement. Cette histoire est essentiellement caractérisée (comme on le verra par la suite) par la vitesse d'avancement du front de taille du tunnel, en particulier quand l'excavation s'effectue à pleine section avec un tunnelier. Ces cas sont de plus en plus fréquents dans les chantiers modernes où, de plus, à l'échelle du temps de réalisation de l'ouvrage, la vitesse d'avancement du front de taille peut être considérée comme constante (figure II.1). Cependant, si après sa mise en service, le tunnel est soumis à un chargement supplémentaire, celui-ci doit être pris en compte dans l'histoire du chargement. Ce qui est le cas, précisément, pour une conduite de gaz enterrée ou une galerie en charge hydraulique.

Bérest (1989) soutient que le modèle de comportement viscoplastique semble particulièrement adapté à l'analyse du comportement différé de certaines structures souterraines. Rousset (1988) montre que, pour la galerie cintrée de Mol, en Belgique, la modélisation par un comportement viscoplastique est très satisfaisante. On s'intéressera essentiellement aux structures souterraines ayant une symétrie cylindrique. L'étude sera réalisée avec un modèle de comportement élasto-viscoplastique simple (cf. II-2). On montrera l'influence prépondérante de l'histoire du chargement sur l'équilibre d'un tunnel creusé en milieu viscoplastique.

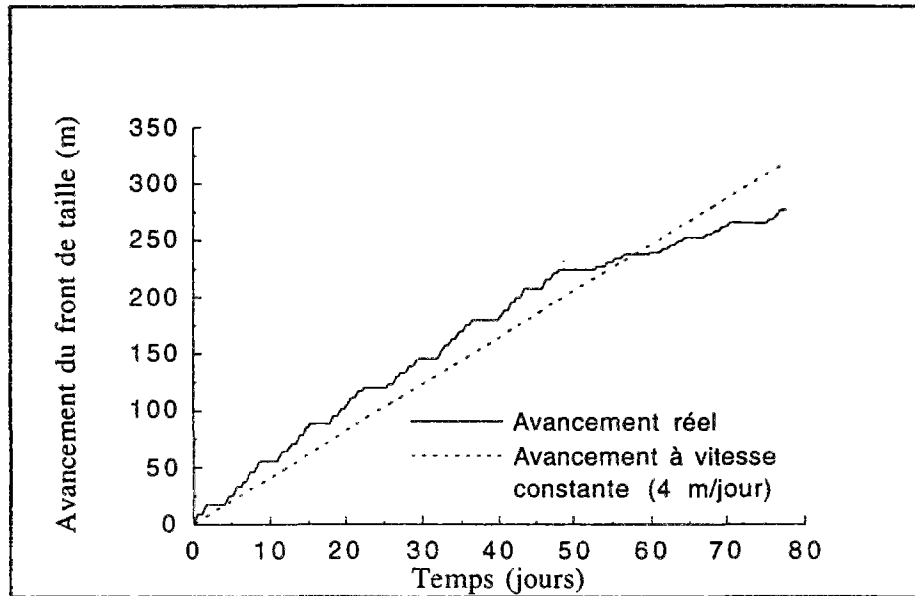


Figure II.1 : exemple d'avancement du front de taille.

II-2 RHÉOLOGIE, LOIS DE COMPORTEMENT.

Comme précisé au chapitre précédent, plusieurs types de roches présentent des effets différés sous sollicitations constantes. La figure II.2 présente un essai triaxial de fluage sur un échantillon de roche argileuse.

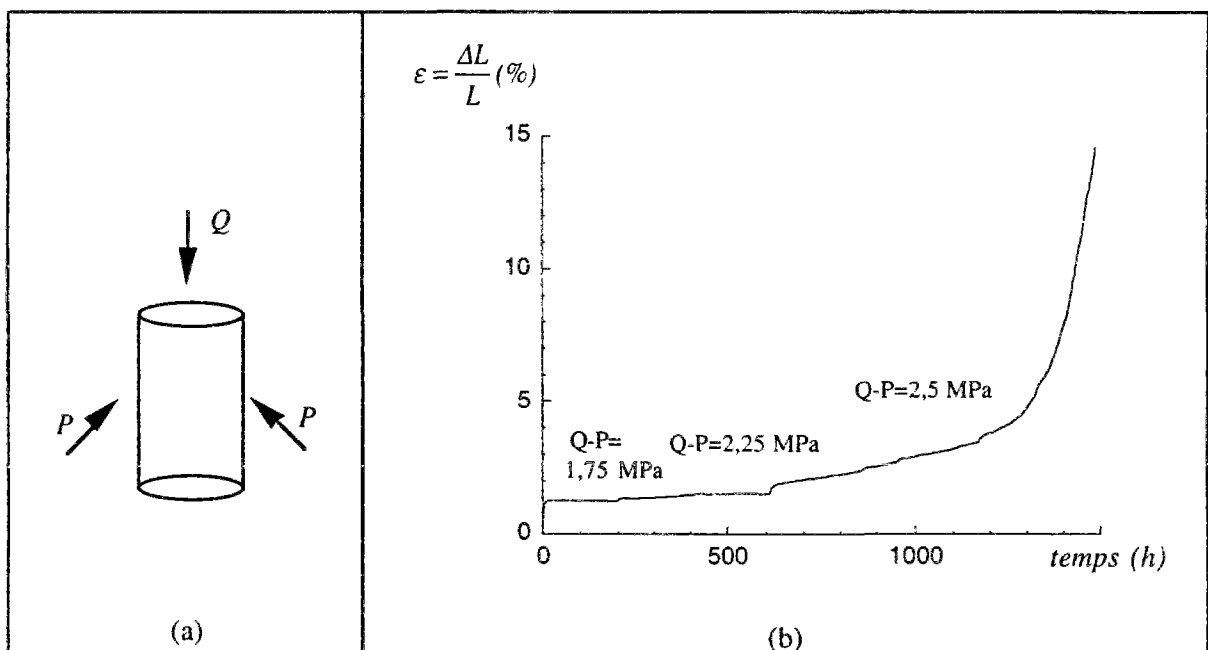


Figure II.2 : (a) schéma simplifié d'un essai triaxial.

(b) résultat d'un essai de fluage .

P désigne la pression de confinement et Q la contrainte axiale exercée par le piston. $Q-P$ est donc le déviateur de contraintes appliqué à l'échantillon.

La viscoplasticité est mise en évidence, expérimentalement, à partir d'un essai de fluage à long terme en conditions non drainées.

La figure II.2b, relative à un essai de fluage sur l'argile de Boom (site de Mol, en Belgique, à environ 250m de profondeur) présente quelques résultats typiques (Rousset 1988) :

- Pour un déviateur faible (1,75 MPa), la déformation augmente rapidement au bout de quelques heures puis son évolution ralentit pour enfin se stabiliser au bout de quelques jours. Ce palier correspond à une phase dite de *fluage primaire*.
- Pour un déviateur moyen (2,25 MPa), après une phase initiale d'augmentation rapide des déformations suivie d'un ralentissement (phase primaire), celles-ci évoluent à vitesse sensiblement constante ($\dot{\epsilon} \approx 7.10^{-6} h^{-1}$ pendant cent jours). Ceci correspond à une nouvelle phase dite de *fluage secondaire* qui conduit à des déformations relativement importantes.
- Pour un déviateur fort (2,75 MPa), mais cependant inférieur au seuil de rupture à court terme de l'argile étudiée, la phase secondaire a une vitesse de déformation cinq fois supérieure à celle du palier précédent. Au bout de deux semaines, une accélération de la déformation est constatée, c'est le *fluage tertiaire* qui conduit à la rupture de l'échantillon.

II-2.1 Modèle élasto-viscoplastique de Bingham.

La représentation unidimensionnelle du modèle élasto-viscoplastique de Bingham comprend un ressort simulant l'élasticité linéaire, en série avec un groupement en parallèle comprenant un patin à seuil, simulant la plasticité, et un amortisseur simulant la viscosité (figure II.3). Le modèle de Bingham est bien adapté aux roches. En particulier, la notion de seuil, observable lors des essais de laboratoire sur plusieurs types de roches, est bien prise en compte.

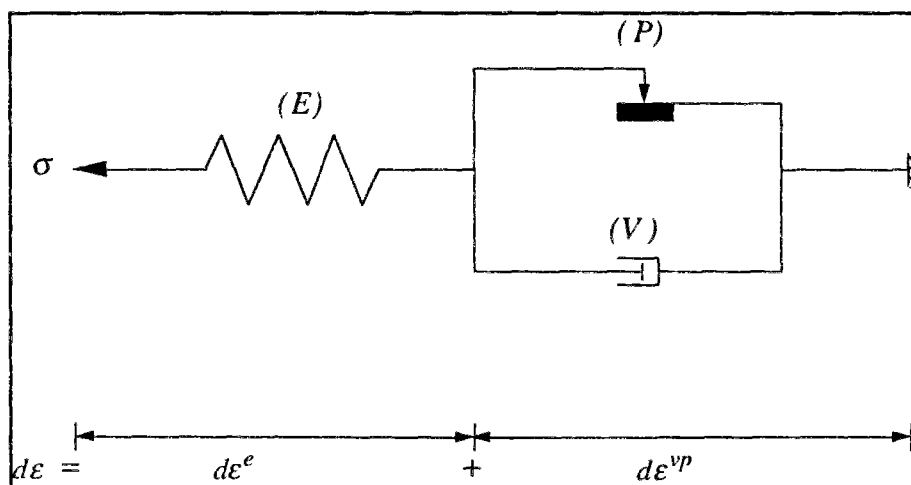


Figure II.3 : modèle élasto-viscoplastique de Bingham.

Dans sa forme de base, ce modèle est le plus simple des modèles élasto-viscoplastiques puisqu'il ne fait intervenir qu'un nombre limité de paramètres concernant l'élasticité, le seuil de plasticité et la viscosité.

Ce modèle est généralisable à l'échelle tridimensionnelle et l'incrément du tenseur des déformations totales $d\underline{\underline{\epsilon}}$ d'un matériau élasto-viscoplastique se décompose en :

$$d\underline{\underline{\epsilon}} = d\underline{\underline{\epsilon}}^e + d\underline{\underline{\epsilon}}^{vp} \quad (2.1)$$

où $d\underline{\underline{\epsilon}}^e$ désigne l'incrément du tenseur des déformations élastiques et $d\underline{\underline{\epsilon}}^{vp}$ l'incrément du tenseur des déformations viscoplastiques irréversibles.

D'après la figure II.3, on constate que les déformations viscoplastiques n'existent que si le patin est actionné, autrement dit, quand le critère de plasticité $F(\underline{\underline{\sigma}})$ (plasticité supposée parfaite, i.e. seuil du patin constant) associé au modèle est atteint ou dépassé.

D'une manière générale, la vitesse des déformations viscoplastiques s'écrit sous la forme :

$$\dot{\underline{\underline{\epsilon}}}^{vp} = \underline{\underline{g}}(\underline{\underline{\sigma}})$$

où $\underline{\underline{g}}$ est une fonction tensorielle, nulle lorsque $F(\underline{\underline{\sigma}}) < 0$.

Perzyna (1966) puis Zienkiewicz et Corneau (1974) considèrent l'expression suivante, pour la loi d'évolution viscoplastique (dans le cas de la viscoplasticité parfaite) :

$$\dot{\underline{\underline{\epsilon}}}^{vp} = \frac{1}{\eta} \left\langle \frac{F(\underline{\underline{\sigma}})}{F_0} \right\rangle \frac{\partial G(\underline{\underline{\sigma}})}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \quad (2.2)$$

\dot{X} désigne $\partial_t X$ pour toute grandeur X .

avec $F(\underline{\underline{\sigma}})$: critère de plasticité

$G(\underline{\underline{\sigma}})$: potentiel de plasticité

η : viscosité du matériau

F_0 : contrainte de référence.

($\langle X \rangle$ désigne la partie positive de X : $\langle X \rangle = X$ si $X > 0$, $\langle X \rangle = 0$ sinon)

Pour un matériau élasto-viscoplastique de Bingham, on retiendra que :

- à court terme, le matériau répond comme un matériau élastique linéaire,
- à long terme, le matériau a un comportement différé de type viscoplastique si le seuil de plasticité est atteint ou dépassé. Dans ce cas, quand l'état d'équilibre est atteint ($\dot{\underline{\underline{\epsilon}}}^{vp} = 0$), le comportement du matériau converge vers un état de plasticité car alors $F(\underline{\underline{\sigma}}) = 0$, d'après (2.2).

II-2.2 Justification du choix du modèle.

Il existe évidemment d'autres schémas pour modéliser un matériau viscoplastique. En particulier le modèle viscoplastique avec *rupture*. Dans ce cas, la réponse à court terme correspond à un modèle élasto-plastique (avec rupture et radoucissement) et la réponse à long terme correspond à un modèle viscoplastique classique mais dont le seuil peut être différent du seuil à court terme. Ce type de modèle a donné satisfaction dans la modélisation du comportement des argiles plastiques, telle l'argile de Boom (Rousset 1988) et certaines argiles raides (Tchiye 1995).

Dans toute cette partie, les calculs analytiques et numériques, présentés concernant les cavités creusées en milieu viscoplastique, s'appuient sur le modèle élasto-viscoplastique de Bingham avec des critères et potentiels plastiques simples et usuels : Tresca, Mohr-Coulomb, Von Mises et Drucker-Prager. Et ceci, essentiellement, pour trois raisons :

- (i) le modèle élasto-viscoplastique de Bingham est simple à utiliser tant du point de vue analytique que numérique (cf. II-3 et II-4)
- (ii) on peut appliquer ce modèle pour l'étude de matériaux dont le comportement est différent en première approximation. Comme par exemple l'argile de Boom qui présente, à court terme, un comportement plastique assez marqué. Cependant, par des artifices de calage, on peut en première approximation, appliquer à ce type de matériau le modèle élasto-viscoplastique de Bingham, notamment en introduisant de l'écrouissage, c'est-à-dire en faisant varier le seuil du critère plastique en fonction de la déformation viscoplastique (Rousset 1988, Bernaud 1991).
- (iii) le but de cette partie est d'explicitier l'influence de l'histoire du chargement sur l'équilibre final d'un tunnel soutenu creusé en milieu élasto-viscoplastique et *en tenir compte* pour élaborer une *méthode simplifiée* de dimensionnement. Dans ce cas, tenant compte de (i), le modèle élasto-viscoplastique de Bingham, associé à des critères plastiques simples, nous paraît le mieux adapté.

II-3 ÉTUDE ANALYTIQUE.

Le lecteur intéressé par un historique des solutions analytiques se rapportant à différents modèles viscoplastiques, pourra consulter Corneau (1976) ou Bérest (1989). Cependant, les solutions concernant des cavités cylindriques creusées dans de tels milieux restent rares bien que très utiles pour une étude de prédimensionnement. Nous citerons notamment : Yamatomi et *al.* (1988) qui utilisent un modèle purement viscoplastique de Bingham (sans élasticité) avec un critère de Mohr-Coulomb. Fritz (1984) qui utilise le modèle élasto-viscoplastique de Bingham (qu'il nomme,

modèle de Madejski) avec une loi plastique de type Mohr-Coulomb non associée mais dont les solutions en contraintes et déplacement dépendent explicitement du temps afin de faciliter le calage sur des mesures *in situ*. Nguyen Minh (1986) qui présente pour le modèle élasto-viscoplastique de Bingham des solutions semi-explicites se rapportant à des critères de Tresca puis Mohr-Coulomb avec écrouissage.

Evidemment, les études analytiques citées ci-dessus sont unidimensionnelles et vérifient les hypothèses explicitées ci-dessous.

II-3.1 Hypothèses.

Nous considérons le cas d'un tunnel profond de section circulaire, creusé dans un milieu supposé homogène et dont le comportement est isotrope. La longueur du tunnel et la profondeur H de son axe sont très grandes devant son rayon R_i . Le champ de contrainte initiale $\underline{\underline{\sigma}}_\infty$ dans le massif est supposé de type géostatique. L'hypothèse du tunnel profond (cf. I-2) nous conduit à supposer que la cavité est creusée dans un milieu infini soumis à un état de précontrainte isotrope constant :

$$\underline{\underline{\sigma}}_\infty = -P_\infty \underline{\underline{I}} \text{ où } P_\infty = \rho g H \quad (2.3)$$

ρg désigne le poids volumique moyen du massif et $\underline{\underline{I}}$ le tenseur unité.

On se place, dans cette partie et c'est valable pour l'ensemble du mémoire, dans le cadre de la convention de la Mécanique des Milieux Continus où les contraintes de compression sont négatives et les contraintes de traction sont positives.

La paroi interne du tunnel est soumise à l'action d'une pression uniforme P_i qui peut dépendre du temps. Celle-ci est appelée *pression de confinement*.

La section d'étude (figure II.4), perpendiculaire à l'axe du tunnel, est supposée se trouver en dehors de la zone d'influence du front de taille (à une distance au moins égale à un rayon), les déformations sont donc planes et le problème est unidimensionnel. Toutes les grandeurs recherchées ne dépendent que d'une seule variable d'espace (r), en plus du temps.

Le paramètre dual de la pression de confinement P_i est la *convergence* en paroi, notée U_i , égale au rapport de la valeur absolue du déplacement u de la paroi sur le rayon d'excavation. Dans cette partie, on suppose $U_i > 0$ lorsque la paroi converge. Ainsi donc, vu l'orientation du repère 1D de la figure II.4, $U_i = -u(R_i)/R_i$.

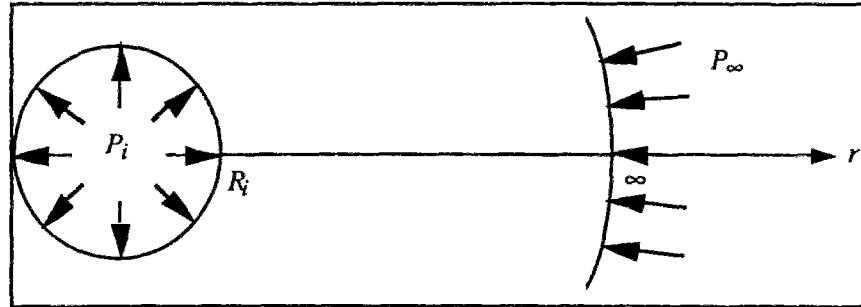


Figure II.4 : modèle 1D du tunnel profond.

II-3.2 Calcul 1D.

Nous présentons dans ce paragraphe une étude analytique unidimensionnelle du tunnel profond creusé en milieu viscoplastique, sous les hypothèses précitées (cf. II-3.1). Le modèle élasto-viscoplastique de Bingham est utilisé. Les critères plastiques sont ceux de Tresca et Mohr-Coulomb avec potentiel de Tresca.

Cette étude a déjà été abordée pour un critère de Tresca. Nous apportons ici une généralisation au critère de Mohr-Coulomb et choisissons de présenter quelques détails dans la résolution afin d'explicitier des formules que nous utiliserons par la suite (cf. II-5 et II-6).

La géométrie du problème est celle indiquée dans la figure II.4.

Sous les hypothèses indiquées ci-dessus, les tenseurs de contraintes et de déformations totales s'écrivent respectivement :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} \sigma_r & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\theta & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{pmatrix} \varepsilon_r & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

où r , θ et z désignent, respectivement, les directions radiale, orthoradiale et perpendiculaire au plan de la figure II.4.

On suppose de plus que toute l'étude s'effectue en régime de face, c'est-à-dire que l'ordre des contraintes de la solution élastique $\sigma_r > \sigma_z > \sigma_\theta$ reste partout vrai et à chaque instant. Cette hypothèse est justifiée si le coefficient de Poisson du matériau constituant le massif a une valeur proche de 0,5 (car alors $\sigma_z = (\sigma_r + \sigma_\theta)/2$) ; ce qui sera supposé vrai dans les chapitres II-5 et II-6 lorsqu'on utilisera les résultats de cette étude analytique. On suppose donc :

$$\boxed{\sigma_r > \sigma_z > \sigma_\theta} \quad (2.5)$$

Le tenseur $\underline{\underline{\varepsilon}}$ se décompose en :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \underline{\underline{\varepsilon}}^{vp} \quad (2.6)$$

où $\underline{\underline{\varepsilon}}^e$ est le tenseur des déformations élastiques, qui vérifie la relation contrainte-déformation donnée par la loi de Hooke :

$$\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\sigma}}_\infty = \underline{\underline{D}} : \underline{\underline{\varepsilon}}^e \quad (2.7)$$

où $\underline{\underline{D}}$ est le tenseur d'élasticité de Hooke.

Tandis que $\underline{\underline{\varepsilon}}^{vp}$ est le tenseur des déformations viscoplastiques dont la loi d'évolution (2.2) est simplifiée ici :

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{vp} = \frac{1}{\eta} \langle F(\underline{\underline{\sigma}}) \rangle \frac{\partial G(\underline{\underline{\sigma}})}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \quad (2.8)$$

Les fonctions de charge des critères de Tresca et Mohr-Coulomb s'écrivent, respectivement :

$$\begin{cases} F_T(\underline{\underline{\sigma}}) = \sigma_r - \sigma_\theta - 2C \\ F_{MC}(\underline{\underline{\sigma}}) = K_p \sigma_r - \sigma_\theta - R_c \end{cases} \quad (2.9)$$

Ces deux critères seront associés à un potentiel de Tresca :

$$G(\underline{\underline{\sigma}}) = \sigma_r - \sigma_\theta \quad (2.10)$$

C et φ désignent, respectivement, la cohésion et l'angle de frottement interne du matériau ($\varphi = 0$ pour un matériau de Tresca).

$K_p = (1 + \sin\varphi)/(1 - \sin\varphi)$ est le coefficient de butée des terres.

$R_c = 2C \cos\varphi/(1 - \sin\varphi)$ est la résistance en compression simple pour un matériau de Mohr-Coulomb.

A partir des relations (2.8) et (2.10), on constate qu'on peut écrire le tenseur des déformations viscoplastiques sous la forme :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^{vp} = \begin{pmatrix} \varepsilon^{vp} & 0 & 0 \\ 0 & -\varepsilon^{vp} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

où $\varepsilon^{vp} = \varepsilon^{vp}(r, t)$ est une fonction scalaire (à valeurs positives) des variables d'espace r et de temps t .

En inversant la loi de Hooke (2.7) et en utilisant (2.6), on obtient la loi de comportement :

$$E(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^{vp}) = (1 + \nu)(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\sigma}}_{\infty}) - \nu \text{Tr}(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\sigma}}_{\infty}) \underline{\underline{I}} \quad (2.12)$$

où E et ν désignent respectivement le module d'Young et le coefficient de Poisson du matériau.

$$\text{L'équation d'équilibre s'écrit : } \sigma_{\theta} - \sigma_r = r \partial_r \sigma_r \quad (2.13)$$

Par ailleurs, la définition $\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1}{2}(\underline{\underline{\text{grad } u}} + {}^t \underline{\underline{\text{grad } u}})$ donne ici :

$$\varepsilon_r = \partial_r u \text{ et } \varepsilon_{\theta} = u/r \quad (2.14)$$

où $u = u(r, t)$ désigne le déplacement radial.

On projette la loi de comportement (2.12) selon les trois directions r , θ et z , puis on utilise les relations (2.13) et (2.14) dans les combinaisons des deux premières équations projetées de façon à éliminer σ_{θ} et σ_z , on obtient :

$$\varepsilon^{vp} = \frac{1}{2} r \partial_r \left[\frac{1 + \nu}{E} \sigma_r + \frac{u}{r} \right] \quad (2.15)$$

$$\frac{u}{r} = \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{E} (\sigma_r - \sigma_{\infty}) + \frac{A(t)}{r^2} \quad (2.16)$$

où $A(t)$ est une fonction qui ne dépend que du temps.

Il est important de remarquer que ces deux dernières relations sont valables en tout point du massif et à chaque instant, indépendamment du critère choisi.

On rajoute, ici, une hypothèse supplémentaire selon laquelle la pression de confinement P_i est une fonction décroissante du temps :

$$\boxed{\dot{P}_i \leq 0} \quad (2.17)$$

Cette dernière hypothèse a pour but de nous affranchir de l'existence des zones de décharge élastique. De plus, pour une section donnée d'un tunnel, une pression de confinement vérifiant (2.17) peut modéliser les phases de creusement au tunnelier à vitesse constante ainsi que la pose du soutènement (cf. II-5 et II-6). Tant que la pression de confinement reste passive, c'est-à-dire ne varie que s'il y a convergence en paroi, la relation (2.17) reste vérifiée.

Supposons un essai où la pression de confinement P_i diminue de P_∞ (précontrainte initiale du massif) à zéro. Au début, le massif reste élastique jusqu'au moment où P_i atteint une *valeur critique* P_{ic} pour laquelle le seuil de plasticité en paroi est atteint et une zone viscoplastique (ZVP) commence à s'y développer. Cette zone a la forme d'un anneau circulaire entourant la cavité (à cause de l'isotropie du champ de contrainte initiale et de la géométrie cylindrique), le reste du massif demeure élastique (ZE). Quand P_i garde une valeur constante au cours du temps, la zone viscoplastique continue de s'étendre jusqu'à un état final caractérisé par $\dot{\epsilon}^{vp} = 0$ (régime permanent). Dans ce cas, la valeur finale du rayon extérieur de la ZVP est celui donné par un calcul élasto-plastique de la même cavité (figure II.5).

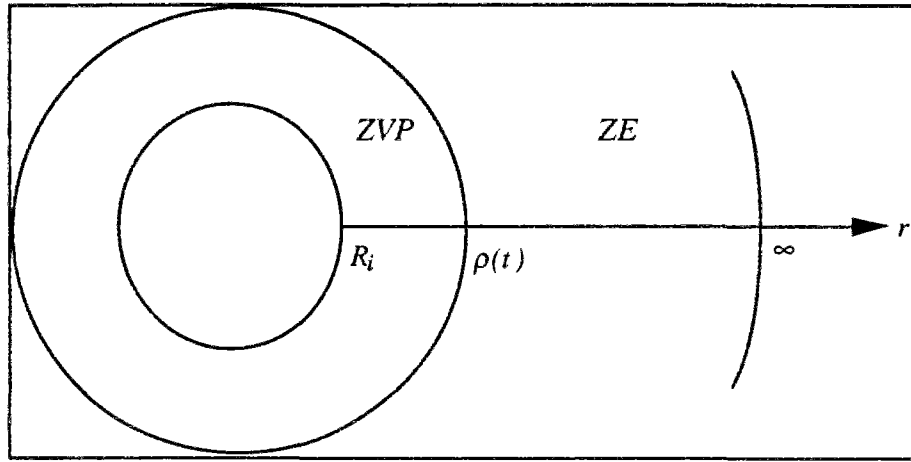


Figure II.5 : zones viscoplastique et élastique autour de la cavité.

La résolution du problème de la cavité cylindrique en milieu élastique linéaire est connue et ne présente pas beaucoup d'intérêt pour nous, ici. Nous supposons donc que $P_i < P_{ic}$ et on déterminera P_{ic} *a posteriori*.

On note $\rho = \rho(t)$ le rayon de la zone viscoplastique.

Zone élastique : $r \geq \rho$

Cette zone est caractérisée par $\dot{\epsilon}^{vp} = 0$ à chaque instant.

La relation (2.15) montre alors que $\frac{1+\nu}{E} \sigma_r + \frac{u}{r}$ est indépendant de r et est égal à :

$$\left[\frac{1+\nu}{E} \sigma_r + \frac{u}{r} \right]_{r=\infty} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_\infty. \text{ Donc :} \quad \frac{1+\nu}{E} (\sigma_r - \sigma_\infty) + \frac{u}{r} = 0 \quad (2.18)$$

L'équation (2.16) fournit une autre relation entre σ_r et u . Combinée à (2.18), elle donne σ_r en fonction de $A(t)$ et r . En posant $\sigma_\rho = \sigma_r(r=\rho, t)$, on déduit σ_ρ en fonction de $A(t)$ et ρ afin d'exprimer σ_r en fonction de σ_ρ , ρ et r .

De l'équation d'équilibre (2.13), de la projection de la loi de comportement (2.12) suivant z et de la relation (2.18), on déduit respectivement σ_θ , σ_z et u :

$$\boxed{\begin{aligned}\sigma_r - \sigma_\infty &= (\sigma_\rho - \sigma_\infty)(\rho/r)^2 \\ \sigma_\theta - \sigma_\infty &= -(\sigma_\rho - \sigma_\infty)(\rho/r)^2 \\ \sigma_z - \sigma_\infty &= 0 \\ \frac{u}{r} &= -\frac{1+\nu}{E}(\sigma_\rho - \sigma_\infty)(\rho/r)^2\end{aligned}} \quad (2.19)$$

σ_ρ est encore inconnue, ici.

On retrouve ainsi la solution classique en $1/r^2$ du problème élastique.

Zone viscoplastique : $R_i \leq r \leq \rho$

Dans cette zone, le seuil de plasticité est atteint.

Des relations (2.8), (2.10) et (2.11) on déduit :

$$\dot{\varepsilon}^{vp} = \dot{\varepsilon}_{CR}^{vp} = \frac{1}{\eta} F_{CR}(\underline{\sigma}) \quad (2.20)$$

L'indice CR se réfère au critère de plasticité choisi : T pour Tresca ou MC pour Mohr-Coulomb. Pour la suite, si $CR=T$, alors $K_p = 1$ et $R_c = 2C$.

A chaque instant, en tout point de la zone élastique on a $\dot{\varepsilon}^{vp} = 0$ et donc $\dot{\varepsilon}_{CR}^{vp} = 0$; en particulier à la frontière entre les zones viscoplastique et élastique au point $r = \rho$. En ce point, le critère est nul :

$$[F_{CR}(\underline{\sigma})]_{r=\rho} = 0$$

$F_{CR}(\underline{\sigma})$ est fonction de σ_r et σ_θ qui, en $r = \rho$, sont déterminés à partir des relations (2.19). On détermine ainsi σ_ρ :

$$\boxed{\sigma_\rho - \sigma_\infty = -\frac{2}{K_p + 1} [(K_p - 1)\sigma_\infty - R_c]} \quad (2.21)$$

Avec l'aide de l'équation d'équilibre (2.13), la relation (2.20) devient :

$$\dot{\varepsilon}_{CR}^{vp} = -\frac{1}{\eta} \left[r^{K_p} \partial_r \left(r^{-(K_p-1)} \sigma_r \right) + R_c \right]$$

D'un autre coté, en dérivant (2.15) par rapport au temps puis en égalisant avec l'expression précédente, on obtient (après intégration par rapport à la variable d'espace entre R_i et r) en utilisant (2.21) :

$$\boxed{\begin{aligned} & \frac{1-\nu^2}{E}(\dot{\sigma}_r - \dot{\sigma}_i) + \frac{1}{\eta}(\sigma_r - \sigma_i) - \frac{K_p - 1}{\eta} \int_{R_i}^r \frac{\sigma_{r'}}{r'} dr' + \frac{R_c}{\eta} \text{Log}(r/R_i) \\ & + \frac{1-\nu^2}{(K_p + 1)E} \left[(R_i/r)^2 - 1 \right] [(K_p - 1)\sigma_\infty - R_c] \dot{Y} = 0 \end{aligned}} \quad (2.22)$$

où on a posé : $Y = (\rho/R_i)^2$ et $\sigma_i = \sigma_r(r = R_i, t) = -P_i$.

Log désigne le logarithme népérien.

Si le critère est de Tresca ($CR=T$), la relation (2.22) s'écrit :

$$\boxed{\frac{1-\nu^2}{E}(\dot{\sigma}_r - \dot{\sigma}_i) + \frac{1}{\eta}(\sigma_r - \sigma_i) + \frac{2C}{\eta} \text{Log}(r/R_i) + \frac{(1-\nu^2)C}{E} \left[1 - (R_i/r)^2 \right] \dot{Y} = 0} \quad (2.22a)$$

En posant $r = \rho$ dans (2.22) et en se servant des relations (2.19) et (2.21) pour déterminer σ_r en $r = \rho$, on obtient :

$$\boxed{\begin{aligned} & -\frac{1-\nu^2}{(K_p + 1)E} [(K_p - 1)\sigma_\infty - R_c] \dot{Y} - \frac{1}{\eta(K_p + 1)} [(K_p - 1)\sigma_\infty - R_c] \\ & - \frac{K_p - 1}{\eta} \int_{R_i}^{R_i \sqrt{Y}} \frac{\sigma_r}{r} dr - \frac{1-\nu^2}{E} \dot{\sigma}_i + \frac{1}{\eta} (\sigma_\infty - \sigma_i) + \frac{R_c}{2\eta} \text{Log}(Y) = 0 \end{aligned}} \quad (2.23)$$

Si le critère est de Tresca, cette dernière relation se simplifie en :

$$\boxed{\frac{(1-\nu^2)C}{E} \dot{Y} + \frac{C}{\eta} - \frac{1-\nu^2}{E} \dot{\sigma}_i + \frac{1}{\eta} (\sigma_\infty - \sigma_i) + \frac{C}{\eta} \text{Log}(Y) = 0} \quad (2.23a)$$

La relation (2.23a) est une équation différentielle permettant de déterminer $\rho(t)$ si on connaît sa valeur initiale (voir ultérieurement, cf. II-3.3). Après la résolution de (2.23a), $\sigma_r(r, t)$ peut être calculé à partir de la résolution de l'équation différentielle temporelle (2.22a).

Si $CR = MC$, alors les relations (2.22) et (2.23) forment un système "intégro-différentiel" qui permet de déterminer $\rho(t)$ et $\sigma_r(r, t)$ simultanément si on connaît $\sigma_i(t)$ et l'état initial.

L'équation d'équilibre (2.13), la projection de la loi de comportement (2.12) suivant z ainsi que la relation (2.16) permettent de déduire σ_θ , σ_z et u . En particulier, la convergence en paroi s'écrit :

$$U_i = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E}(P_i - P_\infty) + \frac{2(1-\nu^2)}{(K_p + I)E}[(K_p - I)P_\infty + R_c]Y \quad (2.24)$$

Détermination de P_{ic}

P_{ic} est la pression de confinement critique en dessous de laquelle il y a apparition de la zone viscoplastique en paroi.

Lorsque $P_i = P_{ic}$, on a $Y = I$. La convergence en paroi U_{ic} à cet instant est donnée par (2.24) :

$$U_{ic} = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E}(P_{ic} - P_\infty) + \frac{2(1-\nu^2)}{(K_p + I)E}[(K_p - I)P_\infty + R_c]$$

d'un autre côté, le massif est encore totalement élastique, U_{ic} est aussi donné par la formule élastique classique :

$$U_{ic} = \frac{1+\nu}{E}(P_\infty - P_{ic})$$

en égalisant les deux dernières relations, on obtient :

$$P_{ic} = \frac{2}{K_p + I} \left(P_\infty - \frac{R_c}{2} \right) \quad (2.25)$$

On constate que cette valeur ne fait intervenir que la précontrainte initiale du massif (P_∞) et les caractéristiques purement plastiques du matériau (R_c et K_p).

II-3.3 Exemple d'application.

En se donnant une fonction $P_i(t)$ (histoire de chargement mécanique) vérifiant la relation (2.17), on va essayer de déterminer l'évolution du rayon de la zone viscoplastique $\rho(t)$ et de la convergence en paroi $U_i(t)$.

Deux tunnels sont considérés, creusés respectivement dans un matériau de Tresca et un matériau de Mohr-Coulomb :

- matériau 1, de Tresca : $E = 500 \text{ MPa}$; $\nu = 0,4$; $\eta = 100 \text{ MPa.jours}$; $C = 2 \text{ MPa}$.
- matériau 2, de Mohr-Coulomb : mêmes caractéristiques que le matériau 1, avec $\varphi = 10^\circ$.

Les tunnels, identiques, de rayon $R_i = 1 \text{ m}$ sont creusés à une profondeur d'environ 250 m , soit $P_\infty = 5 \text{ MPa}$. Le milieu considéré est une argile plastique.

Les pressions de confinement critiques relatives aux deux tunnels sont calculées à partir de (2.25) :

$$P_{ic1} = 3 \text{ MPa} \quad P_{ic2} = 2,16 \text{ MPa}$$

Les pressions de confinement $P_i(t)$ considérées pour chacun des deux tunnels sont représentées sur les figures II.6a et II.6b. Celles-ci sont relatives à deux chargements distincts qu'on nommera *chargement a* et *chargement b*.

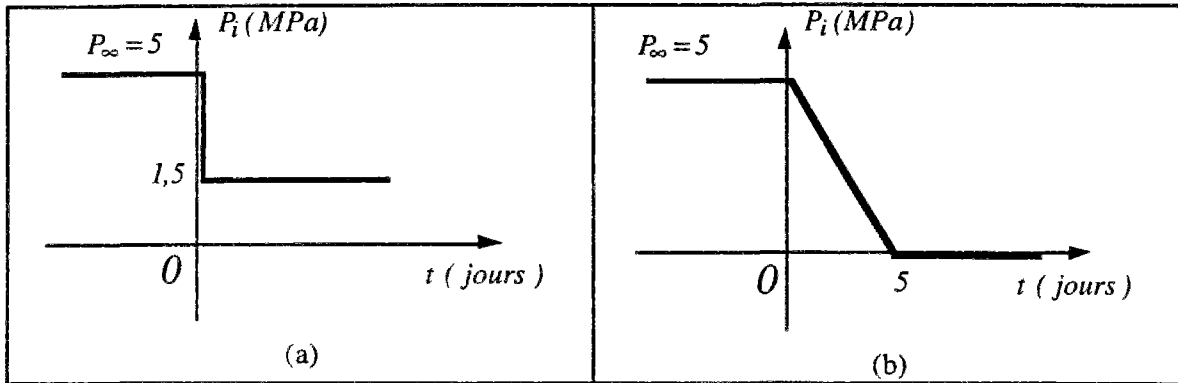


Figure II.6 : chargements a et b.

chargement a

A l'instant $t = 0$, la pression de confinement présente un saut instantané de la valeur initiale $P_\infty = 5 \text{ MPa}$ à la valeur $1,5 \text{ MPa}$ et reste constante pour tous les instants $t > 0$. Cette dernière valeur étant inférieure à P_{ic1} et P_{ic2} , il y a donc existence d'une zone viscoplastique entourant la cavité pour chacun des deux tunnels. On peut considérer que ce chargement correspond au creusement très rapide d'un tunnel pour lequel la pression de soutènement reste ensuite constante. D'après le modèle élasto-viscoplastique de Bingham étudié, la convergence en paroi passera, à $t = 0^+$, de 0 à $U_i(0^+)$ qui correspond à une réponse élastique du massif :

$$U_i(0^+) = \frac{1+\nu}{E} (P_\infty - P_i(0^+)) = 9,8 \cdot 10^{-3} \text{ pour les tunnels 1 et 2.}$$

Tandis que la zone viscoplastique apparaîtra instantanément à $t = 0^+$ avec un rayon $\rho(t = 0^+)$ calculé à partir de la relation (2.24).

$$\rho(t = 0^+) / R_i = 1,32 \text{ pour le tunnel 1 ; } \rho(t = 0^+) / R_i = 1,11 \text{ pour le tunnel 2.}$$

A partir de ces deux valeurs initiales, les évolutions de la convergence en paroi et celle du rayon de la zone viscoplastique ont été résolues à partir des équations (2.22) à (2.24) et sont représentées par les figures II.7a et II.8a.

A l'état final ($t \rightarrow \infty$), les valeurs de U_i et ρ correspondent bien à celles issues d'un calcul élasto-plastique simple avec les données des matériaux 1 et 2.

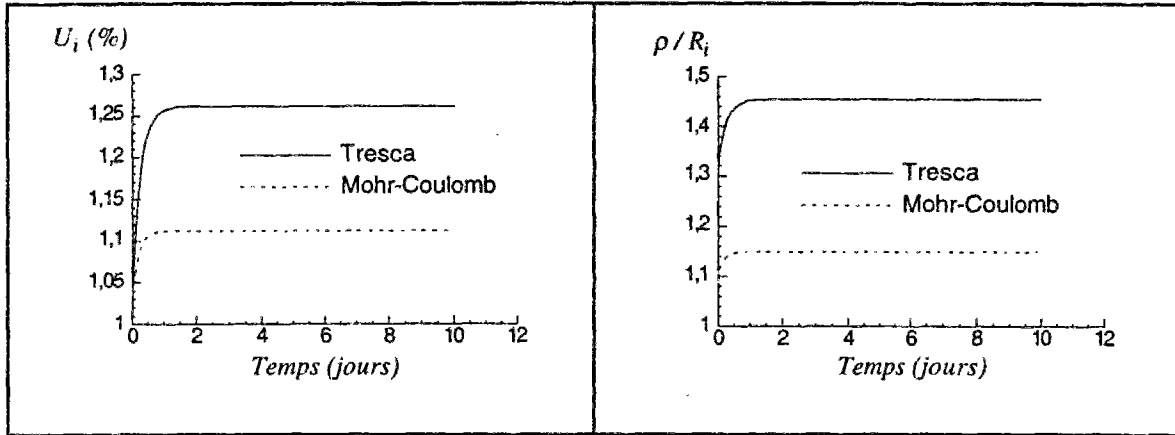


Figure II.7a :

convergence pour chargement (a).

Figure II.8a :

rayon viscoplastique pour chargement (a).

chargement b

La pression de confinement du chargement b (figure II.6b) pourrait, certes grossièrement, simuler un avancement du front de taille consécutif à l'excavation d'un tunnel non soutenu. En effet, à $t = 0$, $P_i = P_\infty$ correspondrait à la situation où la section d'étude se trouve loin devant le front de taille dans la zone non encore excavée. Le front avance à vitesse constante et au bout de 5 jours il se trouve loin devant la section d'étude qui reste non soutenue ($P_i = 0$).

La pression critique de confinement P_{ic} étant, dans ce cas, comprise entre P_∞ et 0 pour chacun des deux tunnels, on note t_c l'instant tel que $P_i(t_c) = P_{ic}$; et t_f l'instant à partir duquel P_i reste constante égale à 0 ($t_f = 5 \text{ jours} > t_c$). On a :

$t_c = 2 \text{ jours}$ pour le tunnel 1 ; $t_c = 2,84 \text{ jours}$ pour le tunnel 2.

- $0 \leq t < t_c$

Dans cet intervalle de temps, on a $P_i(t) > P_{ic}$. Le massif entourant la cavité reste entièrement élastique. Par convention, $\rho(t) = R_i$ (figure II.8b).

La relation $P_i(t)$ étant linéaire, de même que $U_i(P_i)$ en élasticité linéaire, U_i varie donc linéairement en fonction du temps dans cet intervalle (figure II.7b).

- $t \geq t_c$

Dans ce cas, on a $P_i(t) \leq P_{ic}$ et une zone viscoplastique apparaît en paroi à $t = t_c$, elle continue de se propager en fonction du temps avec la diminution de P_i . cette évolution continue même au delà de t_f jusqu'à atteindre la valeur correspondant à un rayon plastique associé au critère choisi (figure II.8b). Durant toute cette phase, la convergence en paroi est déterminée à partir de la relation (2.24) (figure II.7b).

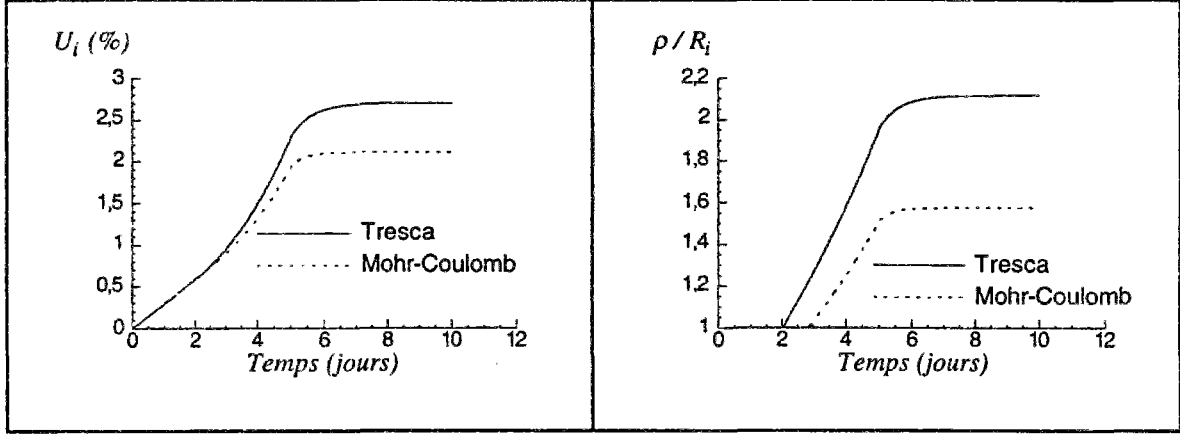


Figure II.7b :

convergence pour chargement (b).

Figure II.8b :

rayon viscoplastique pour chargement (b).

Cette étude analytique unidimensionnelle sera reprise au chapitre II-6 avec $\nu = 0,5$ (matériau élastiquement incompressible) mais en utilisant des pressions de confinement plus réalistes simulant la phase de creusement ainsi que celle de la pose du soutènement.

II-3.4 Etude adimensionnelle.

Pour un tunnel, creusé en milieu élasto-viscoplastique de Bingham, dont le front de taille avance à la vitesse V constante et qui satisfait aux conditions de l'axisymétrie, il est utile de déterminer une variable adimensionnelle reliant, entre autres, cette vitesse à la viscosité η du massif.

Les notations introduites dans les chapitres précédents restent valables ici.

Pour le matériau constituant le massif, on retiendra un critère plastique de type Mohr-Coulomb ou Tresca, associé ou non. Cependant l'étude peut être menée pour d'autres critères sans changements majeurs, mais la variable adimensionnelle recherchée en dépendra.

En utilisant les relations (2.8) et (2.12) dans (2.6) (toutes ces relations restent valables dans le cas 2D axisymétrique), puis en dérivant par rapport au temps, on obtient :

$$\partial_t \underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1+\nu}{E} \partial_t \underline{\underline{\sigma}} - \frac{\nu}{E} \text{Tr}(\partial_t \underline{\underline{\sigma}}) \underline{\underline{I}} + \frac{1}{\eta} \left\langle K_p \sigma_1 - \sigma_3 - R_c \right\rangle \frac{\partial G}{\partial \underline{\underline{\sigma}}}$$

cette dernière relation se réécrit :

$$\partial_t^* \underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{R_c}{2E} \left[(1+\nu) \partial_t^* \underline{\underline{\sigma}}^* - \nu \text{Tr}(\partial_t^* \underline{\underline{\sigma}}^*) \underline{\underline{I}} \right] + \frac{R_c \tau}{2\eta} \left\langle K_p \sigma_1^* - \sigma_3^* - 2 \right\rangle \frac{\partial G^*}{\partial \underline{\underline{\sigma}}^*}$$

où on a posé $t^* = t/\tau$ et $\underline{\sigma}^* = \frac{2}{R_c} \underline{\sigma}$ qui sont des variables sans dimension.

en choisissant de prendre $\frac{R_c \tau}{2\eta} = 1$, le temps caractéristique τ s'écrit :

$$\tau = \frac{2\eta}{R_c}$$

On définit donc la variable adimensionnelle recherchée, notée V^* et appelée *vitesse réduite* d'avancement du front de taille, par :

$$V^* = \tau \frac{V}{R_i} \quad (2.26)$$

Pour les critères de Mohr-Coulomb et de Tresca, la vitesse réduite est ainsi respectivement définie par :

$$\boxed{V_{MC}^* = \frac{2\eta V}{R_i R_c} \quad V_T^* = \frac{\eta V}{R_i C}} \quad (2.27)$$

L'étude numérique qui suit montre l'importance primordiale de ce paramètre adimensionnel sur l'équilibre final d'un tunnel soutenu creusé en milieu viscoplastique. La méthode simplifiée de dimensionnement des tunnels que nous proposons au paragraphe II-5 en tient compte.

II-4 ETUDE NUMÉRIQUE.

Comme indiqué précédemment (cf. I-8), pour tous les calculs numériques présentés dans ce mémoire, la méthode des éléments finis a été privilégiée. Celle-ci est, en effet, mieux adaptée pour la géométrie des tunnels ainsi que pour la simulation des phases d'excavation et de pose du soutènement. C'est dans cet esprit qu'a été développé le code de calcul GEOMECH91 au Groupement pour l'Etude des Structures Souterraines de Stockage par Bernaud (1991). Ce code permet d'étudier l'équilibre des tunnels en modèles 1D, 2D déformation plane ou 2D axisymétrique pour des massifs ayant un comportement élasto-viscoplastique, tenant compte de plusieurs critères usuels (Zienkiewicz et Corneau 1974, Owen et Hinton 1980). Le phasage d'excavation et de pose du soutènement est modélisé par la méthode d'activation-désactivation (Hanafy et Emery 1980 et 1982) (cf. I-8.2). Pour ce qui nous concerne, lorsque le soutènement est pris en compte, on le modélisera par un matériau élastique linéaire de rigidité constante.

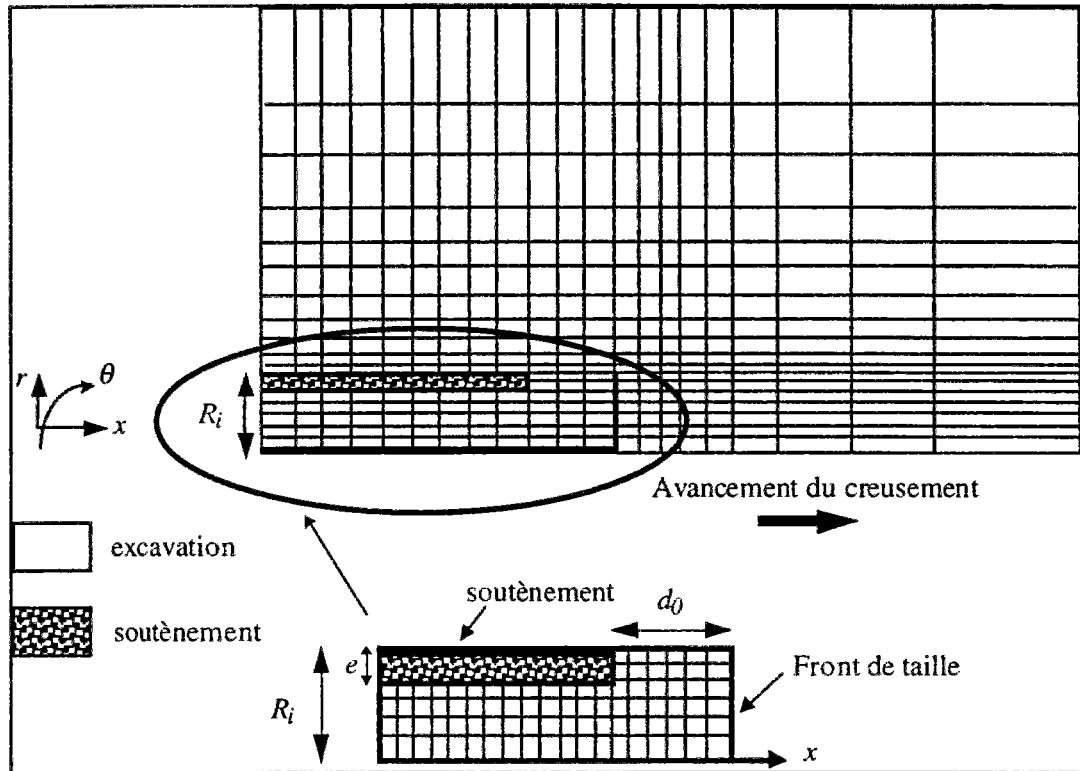


Figure II.9 : modèle 2D axisymétrique.

Dans le cas où on associe au modèle élasto-viscoplastique de Bingham le critère plastique de Tresca pour un massif élastiquement incompressible ($\nu = 0,5$) et en utilisant les notations suivantes :

- V^* vitesse réduite d'avancement du front de taille (cf. II-3.4) ;
- U_{eq} convergence en paroi à l'équilibre final (à long terme) pour une section du tunnel loin du front de taille ;
- U_0 convergence en paroi lors de la pose du soutènement ;
- P_{eq} pression (uniforme) appliquée sur le soutènement à l'équilibre final ;
- d_0 distance, supposée constante au cours du temps, entre le front de taille et le soutènement ;
- K_s rigidité du soutènement.

Une étude paramétrique a permis de dégager quelques résultats importants (Bernaud 1991) :

- (i) s'il y a augmentation de V^* , alors il y a :
diminution de U_{eq} et U_0 .
augmentation de P_{eq} .
- (ii) s'il y a augmentation de d_0 , alors il y a :
augmentation de U_{eq} et U_0 .
diminution de P_{eq} .
- (iii) s'il y a augmentation de K_s , alors il y a :
diminution de U_{eq} et U_0 .
augmentation de P_{eq} .

Si (ii) et (iii) constituent des résultats déjà connus en élasto-plasticité, il n'en va pas de même pour (i). En effet, ce résultat montre l'interaction entre la viscosité du massif et la vitesse d'avancement du front de taille. Ce dernier paramètre peut donc avoir une influence prépondérante sur l'équilibre final du tunnel, toute autre donnée étant gardée constante (figure II.10).

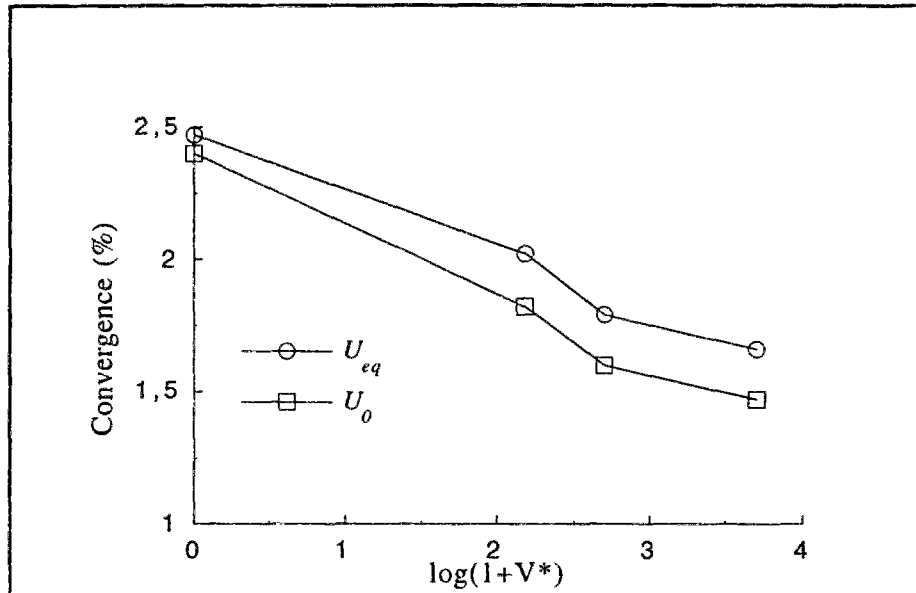


Figure II.10 : influence de V^* sur U_{eq} et U_0 .

Cette dernière constatation nous suggère de tenir compte de ce nouveau paramètre qu'est la vitesse réduite d'avancement du front de taille (V^*) dans les méthodes de dimensionnement des ouvrages souterrains en milieu viscoplastique. C'est l'objet du prochain chapitre (II-5) où l'on propose une extension de la Nouvelle Méthode Implicite pour le dimensionnement des tunnels creusés dans de tels milieux. Au chapitre II-6, on présentera une application au cas d'un calcul 2D en déformation plane.

Remarque :

Le terme "équilibre final" utilisé ci-dessus correspond à l'état à long terme. C'est-à-dire non seulement à la fin de l'excavation du tunnel mais aussi après un temps suffisamment grand au bout duquel la vitesse de déformation viscoplastique s'annule en tout point du massif. Donc à ce moment là, en tout point de la partie du massif qui a été concernée par des déformations viscoplastiques non nulles on a, d'après (2.8), $F(\underline{\sigma}) = 0$. Par conséquent, l'état des contraintes en ces points se trouve sur la surface de charge du critère plastique choisi. En particulier, en ce qui concerne la paroi du tunnel, le point d'équilibre (U_{eq}, P_{eq}) doit appartenir à la courbe de convergence $U_i - P_i$ élasto-plastique. Ceci a, en effet, été "constaté" numériquement dans tous les calculs pour un massif élastiquement incompressible (Bernaud et Rousset 1992). Bérest et Nguyen Minh (1983) ont montré que pour un tunnel revêtu creusé dans un milieu élasto-viscoplastique de Tresca, sauf cas de

décharges élastiques, (U_{eq}, P_{eq}) appartient à la courbe de convergence élasto-plastique du terrain. Car à l'équilibre final la vitesse des déformations viscoplastiques est nulle ($\dot{\underline{\epsilon}}^{vp} = 0$). En l'absence de décharges élastiques cela signifie que dans la zone entourant le massif (en particulier en paroi) concernée par des déformations viscoplastiques, le critère plastique est atteint (voir relation (2.8)). Les cas de décharges élastiques n'interviennent que lorsqu'il y a conjonction des deux conditions suivantes : un soutènement très raide et un terrain élastiquement compressible ($\nu \neq 0,5$). Comme on l'a déjà dit, ces cas ne seront pas traités ici.

II-5 MÉTHODE SIMPLIFIÉE DE DIMENSIONNEMENT DES TUNNELS EN MILIEU ÉLASTO-VISCOPLASTIQUE.

Une méthode simplifiée de dimensionnement du tunnel s'appuie, par définition, sur des hypothèses simples (tunnel en grande profondeur, terrain homogène, champ de contrainte initiale isotrope, géométrie circulaire, ...). Cependant, à notre avis, une telle méthode, en s'affranchissant des "perturbations" liées à l'anisotropie des contraintes, à l'hétérogénéité du terrain et à la géométrie imparfaite, devrait rendre compte en grande partie de la complexité de l'interaction entre le massif et le soutènement. Ceci sous-entend l'identification des paramètres dimensionnants ainsi que leur influence quant à l'équilibre final du tunnel. Evidemment, tout en veillant à ce que la méthode garde sa simplicité et sa convivialité qui sont, ne l'oublions pas, les meilleurs arguments qui poussent les concepteurs d'ouvrages souterrains à l'utiliser.

Le chapitre précédent (cf. II-4) a montré que la vitesse d'avancement du front de taille pouvait, elle aussi, avoir une influence prépondérante sur l'équilibre final d'un tunnel revêtu creusé dans un milieu élasto-viscoplastique.

La Nouvelle Méthode Implicite (NMI) (Bernaud et Rousset 1992) est une méthode simplifiée de dimensionnement des tunnels ayant les mêmes principes de base que la méthode convergence-confinement classique (AFTES 1983) pour un massif élasto-plastique parfait et un soutènement élastique linéaire. Cependant, la NMI tient compte de l'interaction entre le massif et le soutènement de manière plus réaliste. C'est pour cette raison que nous proposons une extension de cette méthode au cas du massif élasto-viscoplastique en tenant compte d'un nouveau paramètre dimensionnant : la vitesse d'avancement du front de taille qui, avec le temps de pose du soutènement, rend compte de l'histoire du chargement du tunnel soutenu.

L'approche retenue est la suivante :

- on réalise une étude paramétrique numérique en 2D axisymétrique du tunnel non soutenu afin d'approcher la courbe de convergence $U_i^0(x)$ par une formule analytique explicite. U_i^0 désigne la convergence en paroi et x est la distance séparant la section d'étude et le front de taille.
- l'étude du tunnel soutenu, par la suite, est censée montrer qu'elle peut se déduire de la précédente étude à l'aide d'une transformation simple qu'il s'agira d'explicitier en fonction des différents paramètres dimensionnants.

Dans un premier temps, par souci de simplification, toute la démarche sera explicitée pour le cas où le massif élasto-viscoplastique satisfait à un critère de Tresca. Les résultats concernant le cas où le critère est de Mohr-Coulomb seront explicitées par la suite, sachant que la démarche reste la même. Nous allons supposer, dans ce chapitre, que le massif est élastiquement incompressible (comme cela a été le cas pour le massif élasto-plastique dans la NMI) car, comme précisé précédemment (cf. I-7.2), l'influence du coefficient de Poisson ν reste négligeable quant à l'équilibre final du tunnel revêtu. De plus, le cas $\nu = 0,5$ simplifie nettement les études analytique et paramétrique sur lesquelles se base la NMI.

Tous les calculs numériques présentés dans ce chapitre sont relatifs aux tunnels profonds satisfaisant aux conditions d'axisymétrie.

Le problème du tunnel circulaire creusé à vitesse constante dans un milieu élasto-viscoplastique de Tresca avec soutènement élastique admet cinq paramètres indépendants :

- deux paramètres caractérisant le massif ($E^* = E/C$ et $N_s = P_\infty/C$) ;
- un paramètre caractérisant le soutènement ($K'_s = K_s/E$) ;
- deux paramètres caractérisant le chargement ($d'_0 = d_0/R_i$ et $V^* = \frac{\eta V}{R_i C}$).

II-5.1 Tunnel non soutenu.

Afin d'illustrer l'influence de la vitesse de creusement du tunnel circulaire *non soutenu* dans un massif élasto-viscoplastique, nous avons tracé sur la figure II.11 les courbes de convergence en paroi U_i^0 en fonction de la distance au front de taille x ($x = 0$ correspond à la position du front de taille ; $x > 0$ correspond à la partie excavée), obtenues numériquement pour plusieurs vitesses d'avancement dans le cas où : $N_s = 2$ et $E^* = 250$ ($N_s > 1$, donc il y a apparition de zones viscoplastiques).

Comme la vitesse d'avancement V est considérée constante, le temps t et la position x de la section d'étude sont donc reliés par la relation simple : $x = Vt$

Ainsi, pour une vitesse V non nulle et finie, chacune des courbes de convergence de la figure II.11 représente :

- pour un instant donné, la convergence en paroi du tunnel en fonction de la distance au front de taille ;
- pour une section donnée du tunnel, d'abscisse x , l'évolution de la convergence en paroi en fonction du temps, à condition de diviser l'échelle de l'axe des abscisses par V .

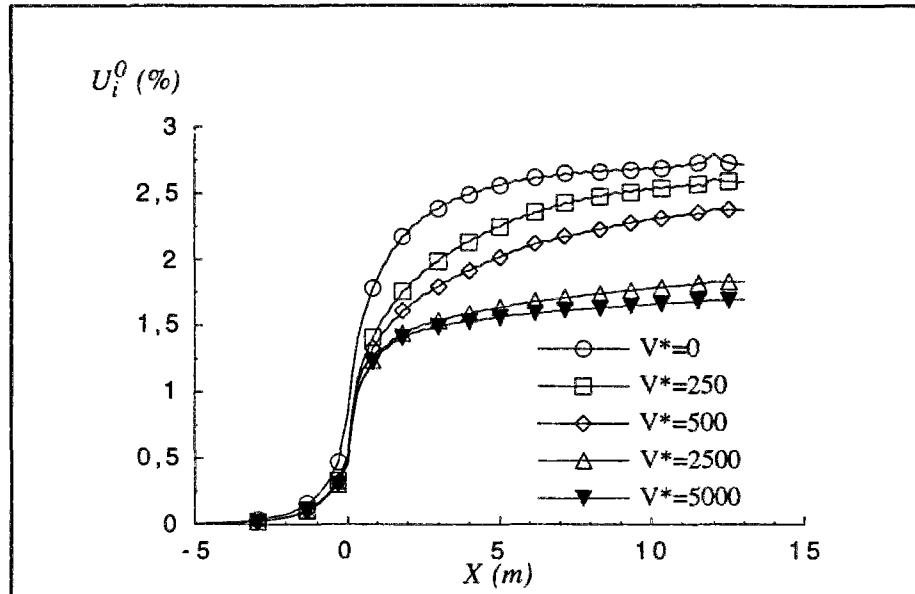


Figure II.11 : influence de V^* sur la convergence en paroi pour un tunnel non soutenu.

En prenant deux courbes de convergence correspondant à deux vitesses de creusement V_1 et V_2 telles que $V_1 < V_2$, alors pour une section donnée, placée à la distance x du front de taille, la convergence en paroi la plus grande est celle correspondant à V_1 pendant la phase de creusement. Cependant, si l'on se place à une section infiniment loin du front de taille ($x \rightarrow \infty$) ou si, après la phase de creusement, on attend pendant un temps très grand ($t \rightarrow \infty$) sans pose de soutènement, alors la convergence en paroi de la section étudiée est identique pour les deux cas correspondant à V_1 et V_2 car le régime permanent serait atteint en tout point du massif ($\dot{\epsilon}^{vp} = 0$) et la convergence est celle déterminée par un calcul analytique 1D élasto-plastique, donc indépendante de la vitesse de creusement.

Remarque :

Ce raisonnement est uniquement valable pour le tunnel non soutenu.

- $V = 0$ correspond au cas d'un creusement infiniment lent, c'est-à-dire qu'à chaque pas de creusement, l'équilibre est atteint ($\dot{\epsilon}^{vp} = 0$). La courbe de convergence est donc celle correspondant à un massif élasto-plastique de Tresca.
- $V = \infty$ correspond au cas d'un creusement extrêmement rapide. D'après le modèle élasto-viscoplastique choisi, le massif réagit instantanément suivant un comportement élastique linéaire. La courbe de convergence qui correspond juste à la fin de la phase d'excavation est celle relative à un massif élastique linéaire. Cependant, au bout d'un temps assez grand, la convergence évoluera jusqu'à atteindre l'équilibre final (élasto-plastique).

Conformément à la NMI, en notant $U_f^0 = U_i^0(0)$ la convergence au front de taille, on définit une fonction notée a_{vp}^0 , et appelée *fonction de forme* du tunnel non soutenu en milieu élasto-viscoplastique, par :

$$a_{vp}^0(x) = \frac{U_i^0(x) - U_f^0}{U_\infty - U_f^0} \quad (2.28)$$

où U_∞ est la convergence en paroi d'une section du tunnel non soutenu loin du front de taille pour un massif *élasto-plastique* (c'est-à-dire pour le milieu viscoplastique étudié mais avec $V \rightarrow 0$).

Pour un critère de Tresca (avec $\nu = 0,5$) : $U_\infty = \frac{1,5C}{E} \exp(N_s - 1)$ (2.29)

Dans la partie excavée ($x \geq 0$), a_{vp}^0 varie entre 0 et 1, indépendamment des données du problème.

La figure II.12 montre les fonctions de forme correspondant aux courbes de convergence représentées par la figure II.11.

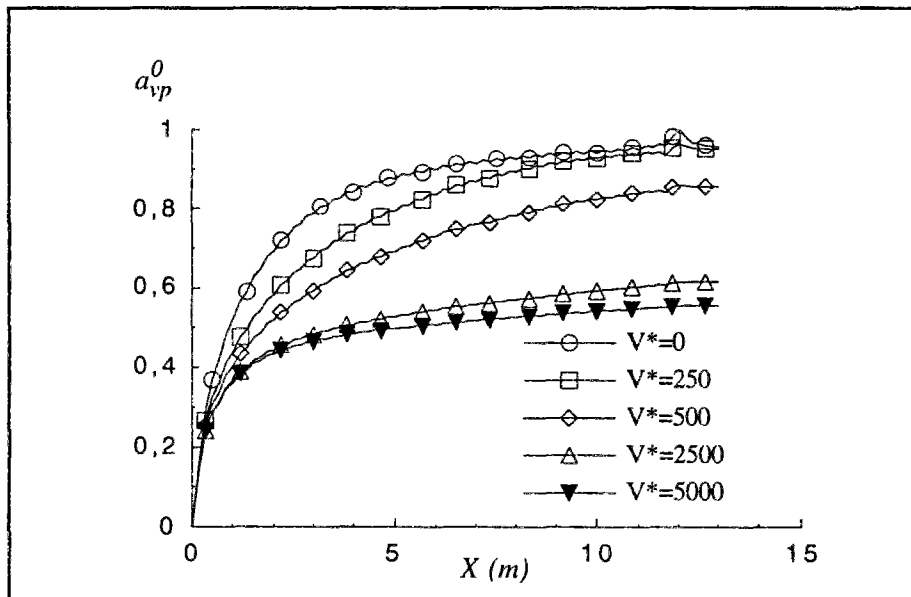


Figure II.12 : fonction de forme du tunnel non soutenu.

Pour un tunnel non soutenu, creusé en milieu élasto-plastique, la fonction de forme, notée $a_p^0(x)$ (définie de la même manière que dans (2.28) et égale à $a_{vp}^0(x)$ pour $V^* = 0$) a été approchée analytiquement par la formule (Panet et Guénot 1982) :

$$a_p^0(x) = 1 - \left(\frac{0,84}{x/R_p + 0,84} \right)^2 \quad (2.30)$$

où R_p désigne le rayon de la zone plastique pour une section du tunnel non soutenu située loin du front de taille.

Pour un critère de Tresca (avec $\nu = 0,5$) : $R_p = R_i \exp((N_s - 1)/2)$ (2.31)

En observant les allures des courbes $a_{vp}^0(x)$ sur la figure II.12, on constate que pour des vitesses de creusement non nulles, $a_{vp}^0(x)$ peut se déduire de $a_p^0(x)$ par une transformation géométrique simple dont les paramètres peuvent dépendre, en plus de la vitesse de creusement, des autres caractéristiques du massif.

Nous avons essayé la transformation suivante :

$$1 - a_{vp}^0(x) = \left(1 - a_p^0(x/A)\right)^B \quad (2.32)$$

c'est-à-dire que $a_{vp}^0(x)$ s'écrit sous la forme :

$$a_{vp}^0(x) = 1 - \left(\frac{0,84}{x/AR_p + 0,84} \right)^{2B} \quad (2.33)$$

où A et B sont deux paramètres déterminés à partir du calage de la formule (2.33) sur les courbes $a_{vp}^0(x)$ issues de l'étude paramétrique numérique. Cette étude a concerné une large gamme de valeurs des paramètres indépendants qui interviennent dans le cas du tunnel non soutenu : E^* , N_s et V^* .

$$E^* = 125 \text{ à } 625 ; N_s = 1 \text{ à } 5 ; V^* = 0 \text{ à } 10^5.$$

Il est à noter que ces plages de valeurs correspondent, approximativement, à une galerie creusée dans une argile profonde (200 à 500 mètres) avec une cadence maximale de creusement égale à quelques dizaines de rayons par jour.

De l'étude paramétrique, il ressort que A et B sont décroissants en fonctions de V^* et varient de 1 à une valeur positive proche de 0 mais non nulle, lorsque $V^* = 10^5$. De plus, contrairement à A , B dépend de N_s . Cependant la variation de A et B en fonction de E^* semble négligeable.

Sur les figures II.13 et II.14, on a reporté les valeurs de A et B , respectivement, en fonction de V^* pour quelques valeurs de N_s . On y a aussi reporté les fonctions $A(V^*)$ et $B(N_s, V^*)$ déterminés par calage sur les valeurs de A et B . Les expressions explicites de ces deux fonctions sont données en annexe A2 et serviront par la suite dans l'expression de $a_{vp}^0(x)$ donnée par (2.33).

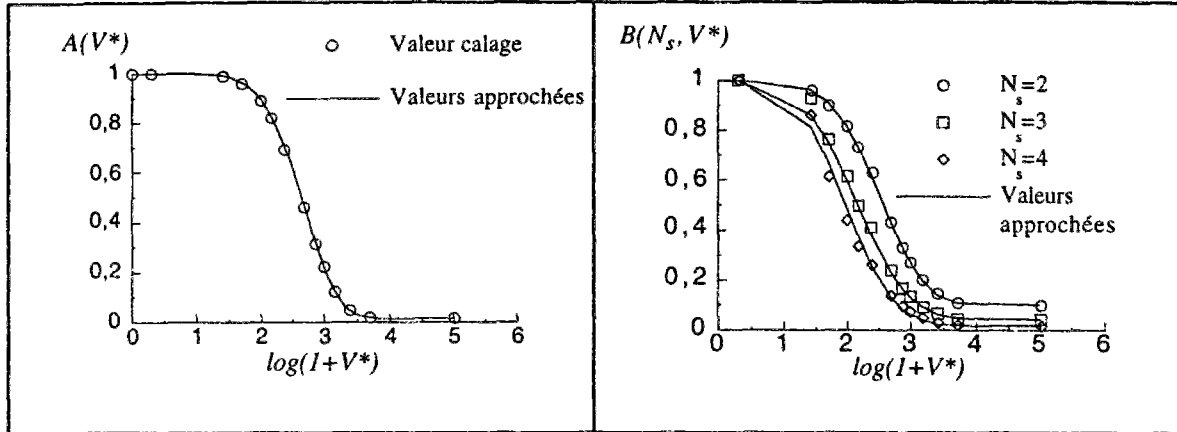


Figure II.13 :

valeurs de calage et approchée pour $A(V^*)$.

Figure II.14 :

valeurs de calage et approchée pour $B(N_s, V^*)$.

On remarque néanmoins que pour $V^* = 0$, on a $A = B = 1$, qui permet d'utiliser la formule (2.33) même dans le cas d'un massif élasto-plastique. Par ailleurs, il semble qu'il n'y ait pas de variation notable de A et B pour V^* compris entre 0 et 30 d'une part puis entre $1,6 \cdot 10^3$ et 10^5 d'autre part. Par contre, une grande variation se produit entre $V^* = 30$ et $V^* = 1,6 \cdot 10^3$. Ce qui prouve que c'est lorsque V^* varie dans l'intervalle $[30; 1,6 \cdot 10^3]$ qu'il peut avoir le plus d'influence sur l'équilibre du tunnel. A gauche de cet intervalle, on peut considérer, comme pour $V^* = 0$, que même à court terme, dans la zone viscoplastique le critère est déjà atteint, ce qui ramène le problème au cas où le massif est élastoplastique. A droite de l'intervalle, on peut considérer que $V^* = \infty$, donc qu'à court terme, la réponse du massif est élastique, en particulier lors de la pose du soutènement, cependant l'équilibre final évoluera vers la plasticité si le seuil est atteint.

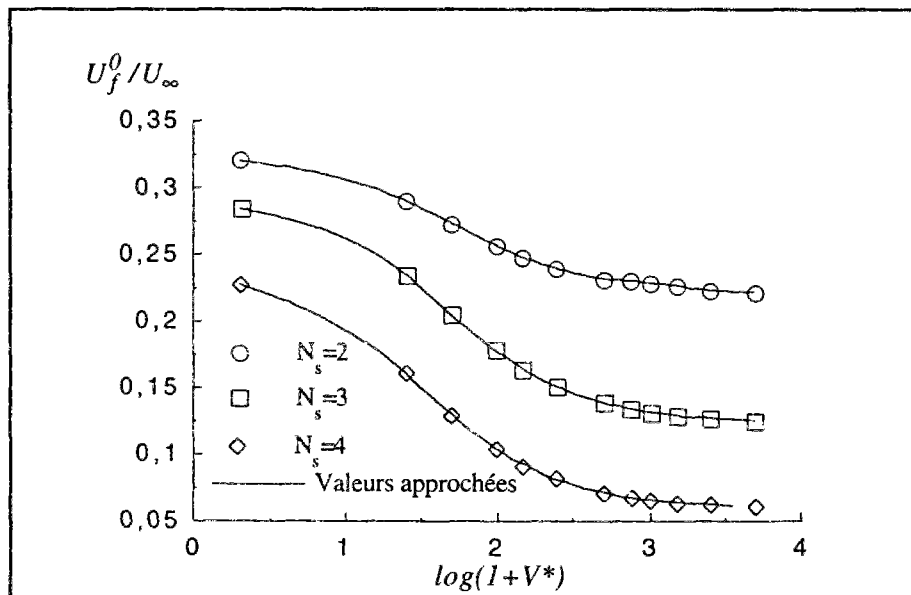


Figure II.15 : valeurs de calage et approchée pour la convergence au front de taille.

Pour atteindre le but de ce paragraphe, c'est-à-dire donner une formule explicite approchée pour $U_i^0(x)$, il nous faut d'abord déterminer U_f^0 , c'est-à-dire la valeur de la convergence au front.

Sur la figure II.15, nous avons tracé U_f^0/U_∞ en fonction de V^* pour quelques valeurs de N_s (U_∞ étant définie par (2.29)). On y a aussi reporté, en trait plein, la fonction $U_f^0/U_\infty(N_s, V^*)$ déterminée par calage sur les valeurs de U_f^0/U_∞ de l'étude paramétrique.

L'expression explicite de cette fonction est donnée en annexe A2.

Nous remarquons que l'allure de ces courbes ressemble à celles des deux figures précédentes avec cependant une variation moins accentuée sur l'intervalle $V^* = 30$ à $1,6 \cdot 10^3$.

Pour un massif élasto-plastique, Corbetta (1990) suggère de prendre $U_f^0/U_\infty = 0,29$.

Notre étude paramétrique montre que lorsque $V^* \rightarrow 0$, U_f^0/U_∞ n'est pas constant quand N_s varie, mais on peut considérer 0,29 comme une valeur moyenne.

Lorsque V^* est très grand, le massif a un comportement élastique linéaire pendant la phase de creusement. Dans ce cas, on sait que $U_f^0 = 0,3U_\infty^{\text{élast}}$ où $U_\infty^{\text{élast}}$ est la convergence en paroi pour une section située loin du front de taille d'un tunnel non soutenu creusé en milieu élastique linéaire.

$$U_\infty^{\text{élast}} = \frac{1,5}{E} P_\infty \quad (\text{avec } \nu = 0,5)$$

Donc, lorsque V^* est très grand, on a : $U_f^0/U_\infty = 0,3N_s \exp(1 - N_s)$

Les valeurs asymptotiques des courbes de la figure II.15 confirment cette dernière relation.

De la relation (2.28), on déduit :

$$U_i^0(x) = a_{vp}^0(x)(U_\infty - U_f^0) + U_f^0 \quad (2.34)$$

où a_{vp}^0 est calculée à partir de (2.33). U_∞ est donnée par (2.29). A , B et U_f^0 sont donnés explicitement en annexe A2. La convergence $U_i^0(x)$ est donc déterminée explicitement à partir de l'expression (2.34).

Sur la figure II.16, on a reporté une courbe de convergence déterminée à partir d'un calcul numérique 2D en axisymétrie et une courbe de convergence déterminée à partir de (2.34). Les paramètres relatifs à cet exemple sont : $E^* = 250$; $N_s = 2,5$; $V^* = 2500$ et ne font pas partie de l'étude paramétrique précédente.

On constate la bonne concordance entre le calcul numérique par éléments finis et la relation explicite approchée (2.34).

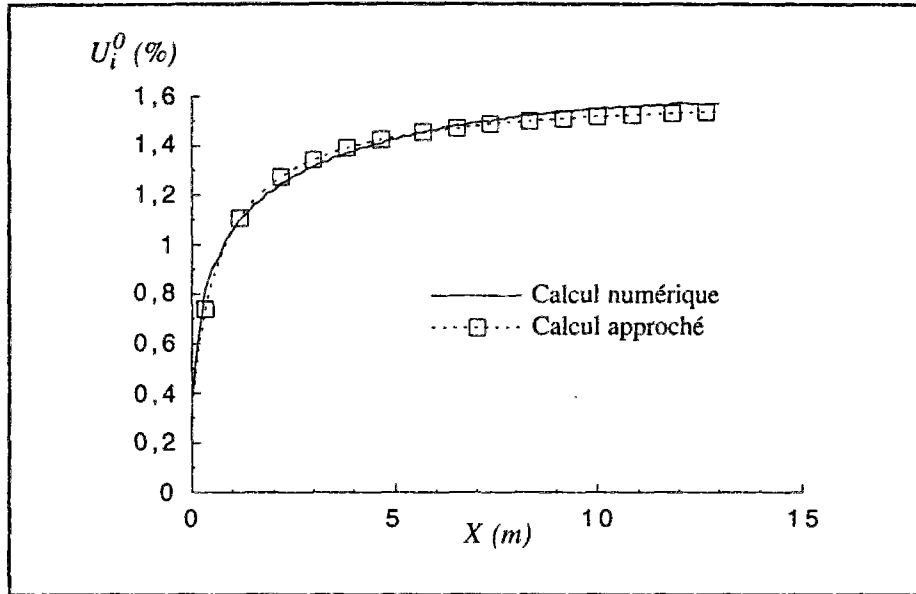


Figure II.16 : approximation de $U_i^0(x)$ calculée numériquement par la relation (2.34).

II-5.2 Tunnel soutenu.

Du chapitre précédent on sait que le point d'équilibre final du tunnel soutenu (U_{eq}, P_{eq}) dépend aussi de la vitesse de creusement, mais se trouve sur la courbe de terrain $U_i - P_i$ du massif élasto-plastique. On définit, par analogie au tunnel non soutenu, une fonction de forme du tunnel soutenu, notée $a_{vp}^s(x)$:

$$a_{vp}^s(x) = \frac{U_i^s(x) - U_f^s}{U_{eq}^s - U_f^s} \quad (2.35)$$

où $U_i^s(x)$ est la convergence en paroi pour une section du tunnel soutenu se trouvant à la distance x du front de taille. U_f^s est la convergence au front de taille.

On rappelle que dans toute cette partie, le soutènement est élastique linéaire et posé à la distance d_0 du front de taille, constante au cours du creusement (voir figure II.9).

a_{vp}^s varie entre 0 et 1 indépendamment des données du problème, comme toutes les fonctions de formes introduites par la NMI.

La figure II.17 montre l'influence de K'_s sur les allures des courbes $a_{vp}^s(x)$ obtenues numériquement. Les autres paramètres indépendants sont constants et valent :

$$E^* = 250 ; N_s = 2 ; d'_0 = 1 ; V^* = 500$$

La courbe $a_{vp}^s(x)$ correspondant à $K'_s = 0$ est relative au tunnel non soutenu. Donc cette courbe est celle de $a_{vp}^0(x)$.

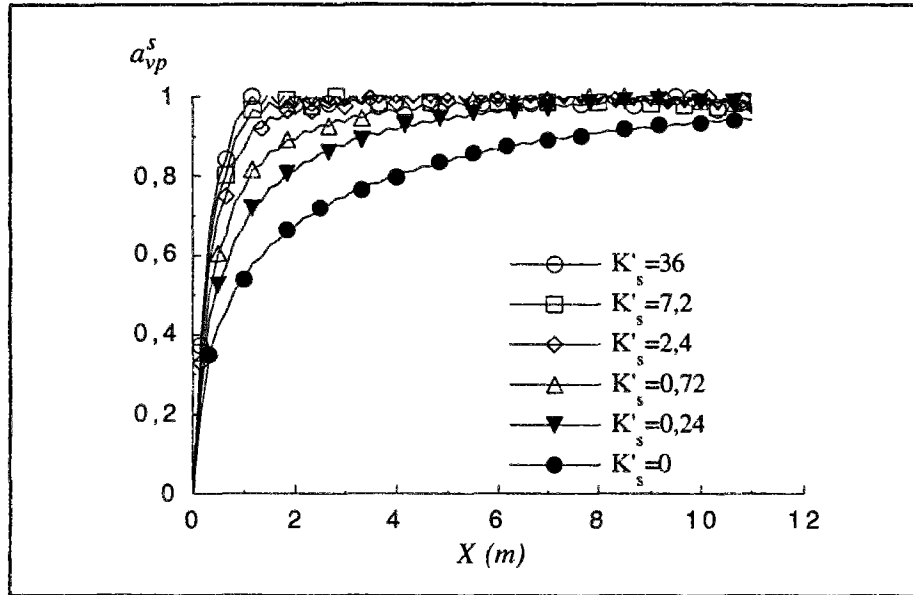


Figure II.17 : influence de K'_s sur la fonction de forme du tunnel soutenu.

En s'inspirant de ce qui a été fait pour un massif élasto-plastique (Bernaud et Rousset 1992), on suppose qu'ici aussi il existe une transformation géométrique simple de type affinité qui lie $a_{vp}^s(x)$ et $a_{vp}^0(x)$. Le rapport de cette affinité sera noté α . On a donc :

$$a_{vp}^s(x) = a_{vp}^0(\alpha x) \quad (2.36)$$

On pose : $\alpha^* = \alpha \frac{R_i}{R_p}$

En élasticité ($R_p = R_i$) et en plasticité, un des résultats importants de la NMI est que α^* ne dépend que de K'_s dans le cas non visqueux.

Cependant, pour le cas du massif élasto-viscoplastique, comme E^* et d'_0 ont une influence négligeable sur les courbes $a_{vp}^s(x)$ et $a_{vp}^0(x)$ (moins de 10%), on pose a priori :

$$\alpha^* = \alpha^*(N_s, V^*, K'_s)$$

On a également réalisé une étude paramétrique numérique pour le tunnel soutenu dans laquelle E^* , N_s et V^* varient dans les mêmes intervalles que ceux de l'étude concernant le tunnel non soutenu. De plus, les paramètres d'_0 et K'_s varient dans les intervalles suivants :

$$d'_0 = 1/3 \text{ à } 1 ; K'_s = 0,07 \text{ à } 36.$$

A titre d'exemple, un anneau circulaire de béton d'épaisseur $e = R_i/10$ a un paramètre K'_s égal à 2,2 pour une galerie creusée dans l'argile de Mol (Rousset 1988).

Pour un jeu de données fixe, en faisant varier uniquement le paramètre α , le calage de $a_{vp}^0(\alpha x)$ (en prenant l'expression de a_{vp}^0 donnée en (2.33)) sur la courbe $a_{vp}^s(x)$ (donnée par le calcul numérique) n'est pas satisfaisant sur l'ensemble du domaine $x \geq 0$. Voulant néanmoins garder la relation (2.36), car simple à utiliser et aussi pour que l'extension de la NMI au massif élasto-viscoplastique se fasse en continuité avec ce qui a été déjà réalisé pour le cas du massif élastoplastique, on a utilisé l'algorithme de calage de telle sorte que celui-ci donne une satisfaction maximale à la fois pour les x faibles ($x \leq 2R_i$) et grands ($x \geq 15R_i$) sans se soucier des x intermédiaires.

Ce choix s'explique par le fait que la pose de soutènement se fait en général près du front de taille ($d'_0 \leq 2$) et que l'équilibre final du tunnel soutenu ne se réalise que loin du front de taille.

Les résultats de cette nouvelle étude de calage ont montré que α^* peut prendre de grandes valeurs lorsque la rigidité du soutènement et la vitesse de creusement sont grandes.

Dans le cas où le massif est élastoplastique, on sait déjà (annexe A1) que α^* ne dépend que de K'_s et est donné par la relation suivante :

$$\alpha^* = 1,82\sqrt{K'_s}, \text{ ou encore : } \text{Log}(\alpha^*) = 0,5 \text{Log}(K'_s) + 0,6$$

En plasticité, il existe donc une relation linéaire entre $\text{Log}(\alpha^*)$ et $\text{Log}(K'_s)$. Notre étude paramétrique nous a montré que cette linéarité se maintient pour toutes les valeurs fixées de N_s et V^* . Nous posons donc :

$$\text{Log}(\alpha^*) = C_1 \text{Log}(K'_s) + C_2$$

où C_1 et C_2 sont fonctions de N_s et V^* avec les "conditions initiales" suivantes :

$$C_1(N_s, V^* = 0) = 0,5 \text{ et } C_2(N_s, V^* = 0) = 0,6$$

L'étude paramétrique nous a permis, par calage, de déterminer des expressions analytiques approchées satisfaisantes pour C_1 et C_2 (voir annexe A2).

En résumé, il est intéressant de constater que la relation (2.36) reste valable pour le cas d'un tunnel soutenu creusé en milieu élasto-viscoplastique et le rapport d'affinité s'exprime de manière relativement simple :

$$\boxed{\alpha^* = \alpha \frac{R_i}{R_p} = \exp(C_2) K'_s{}^{C_1}} \quad (2.37)$$

Il nous reste à déterminer U_f^s (convergence au front) afin d'explicitier $U_i^s(x)$ à la fois pour les x faibles et les x grands.

De même qu'en élasticité et plasticité, en viscoplasticité U_f^s/U_∞ est quasiment indépendant de K'_s . Cependant sa valeur moyenne est différente de celle correspondant au tunnel non soutenu.

L'étude paramétrique montre que U_f^s/U_∞ ne dépend sensiblement que de N_s et V^* et vérifie les "conditions aux limites" suivantes :

$$\text{pour } V^*=0, U_f^s/U_\infty = 0,413 - 0,0627N_s$$

$$\text{pour } V^*=\infty, U_f^s/U_\infty = 0,3N_s \exp(1-N_s)$$

Pour les valeurs de V^* intermédiaires, une expression analytique $U_f^s/U_\infty(N_s, V^*)$ approchée a été trouvée à partir du calage sur les valeurs issues de l'étude paramétrique (voir annexe A2).

II-5.3 Etapes de résolution de la Nouvelle Méthode Implicite.

Pour un jeu de données fixées, afin de résoudre le point d'équilibre final (U_{eq}, P_{eq}) , il faut d'abord :

- (i) se donner les cinq paramètres indépendants du problème : E^* , N_s , V^* , d'_0 et K'_s ;
- (ii) déterminer l'expression analytique $a_{vp}^0(x)$ d'après (2.33) ;
- (iii) déterminer l'expression analytique α^* d'après (2.37) ;
- (iv) déterminer U_f^s (voir annexe A2).

A partir de là, le principe de résolution du point d'équilibre est le même que pour un massif élasto-plastique puisqu'on sait que le point d'équilibre final appartient à la courbe de terrain $P_i(U_i)$ du massif élasto-plastique. Il faut donc résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} P_{eq} = CV(U_{eq}) \\ P_{eq} = K_s(U_{eq} - U_0) \\ U_0 = a_{vp}^s(d_0)(U_{eq} - U_f^s) + U_f^s \end{cases} \quad (2.38)$$

- la première équation signifie que le point d'équilibre (U_{eq}, P_{eq}) vérifie la relation $P_i - U_i$ qui définit la courbe de terrain du massif élasto-plastique (Tresca avec $\nu = 0,5$) ;
- si $P_i \geq P_\infty - C$ (massif encore élastique)

$$U_i = \frac{1,5}{E}(P_\infty - P_i) \quad (2.39)$$

si $P_i < P_\infty - C$ (il existe une zone plastique entourant la section du tunnel)

$$U_i = \frac{1,5C}{E} \exp\left(\frac{P_\infty - P_i - C}{C}\right) \quad (2.40)$$

- la deuxième équation de (2.38) signifie que le point d'équilibre appartient aussi à la courbe de confinement du soutènement élastique linéaire : $P_i^s = K_s(U_i - U_0)$
- U_0 désigne la convergence en paroi lors de la pose du soutènement. P_i^s est la pression exercée par le massif sur le soutènement. Celle-ci n'est effective qu'après la pose du soutènement ($U_i \geq U_0$).

- enfin, la troisième équation de (2.38) explicite l'expression de U_0 (en fonction de U_{eq}). Par définition, $U_0 = U_i^s(d_0)$. $U_i^s(x)$ est lié à $a_{vp}^s(x)$ par la relation (2.35), et $a_{vp}^s(x)$ à son tour est donnée par la relation (2.36).

Le fait que U_0 dépende de U_{eq} , qui lui-même est inconnu, explique le caractère implicite de cette méthode de résolution. Cependant, la résolution du système (2.38) est très aisée.

Une combinaison des trois équations du système (2.38) nous fournit une équation ayant pour inconnue U_{eq} :

si $P_{eq} \geq P_\infty - C$ (massif élastique)

$$U_{eq} = \frac{P_\infty + K_s U_f^s (1 - a_{el}^s(d_0))}{K_s (1 - a_{el}^s(d_0)) + 2E/3} \quad (2.41)$$

où U_f^s et a_{el}^s désignent, respectivement, la convergence au front de taille et la fonction de forme relatives au tunnel soutenu creusé dans un massif élastique linéaire (voir annexe A1)

si $P_{eq} < P_\infty - C$ (massif élasto-plastique)

$$a \log(U_{eq}) + b U_{eq} + c = 0 \quad (2.42)$$

où : $a = -\frac{I}{E * K'_s}$

$$b = a_{vp}^s(d_0) - 1$$

$$c = (1 - a_{vp}^s(d_0)) U_f^s + \frac{N_s}{E * K'_s} + \frac{I}{E * K'_s} [\log(1,5/E^*) - 1]$$

En pratique, on commence par résoudre l'équation (2.42) puis on calcule U_0 et P_{eq} grâce, respectivement, aux troisième et deuxième équations de (2.38) :

- si $P_{eq} < P_\infty - C$, alors cela signifie qu'autour de la section du tunnel, à l'état d'équilibre final, se trouve une zone plastique. Le point d'équilibre (U_{eq}, P_{eq}) appartient donc bien au tronçon plastique (non linéaire) de la courbe de terrain $P_i - U_i$ (figure II.18) et donc la valeur de U_{eq} calculée est la bonne.
- si $P_{eq} \geq P_\infty - C$, alors cela signifie qu'aucun point du massif n'a quitté l'état élastique initial.

Le point d'équilibre appartient donc au tronçon élastique (linéaire) de la courbe de terrain. Dans ce cas, U_{eq} est recalculé à l'aide de l'expression (2.41) puis P_{eq} est calculé grâce à l'expression (2.39). La valeur de U_0 est donnée par une expression analogue à la troisième équation de (2.38) valable pour le cas du massif élastique linéaire (voir annexe A1).

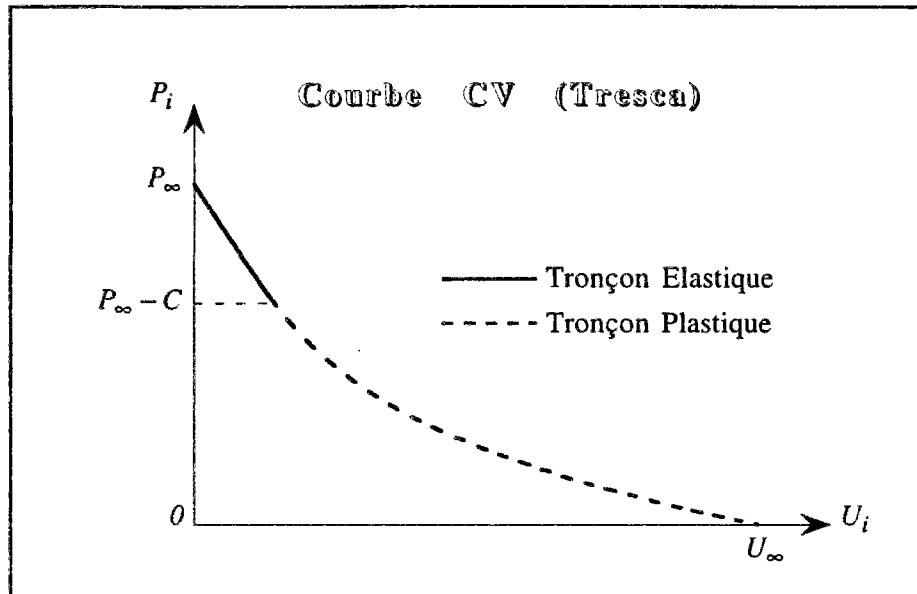
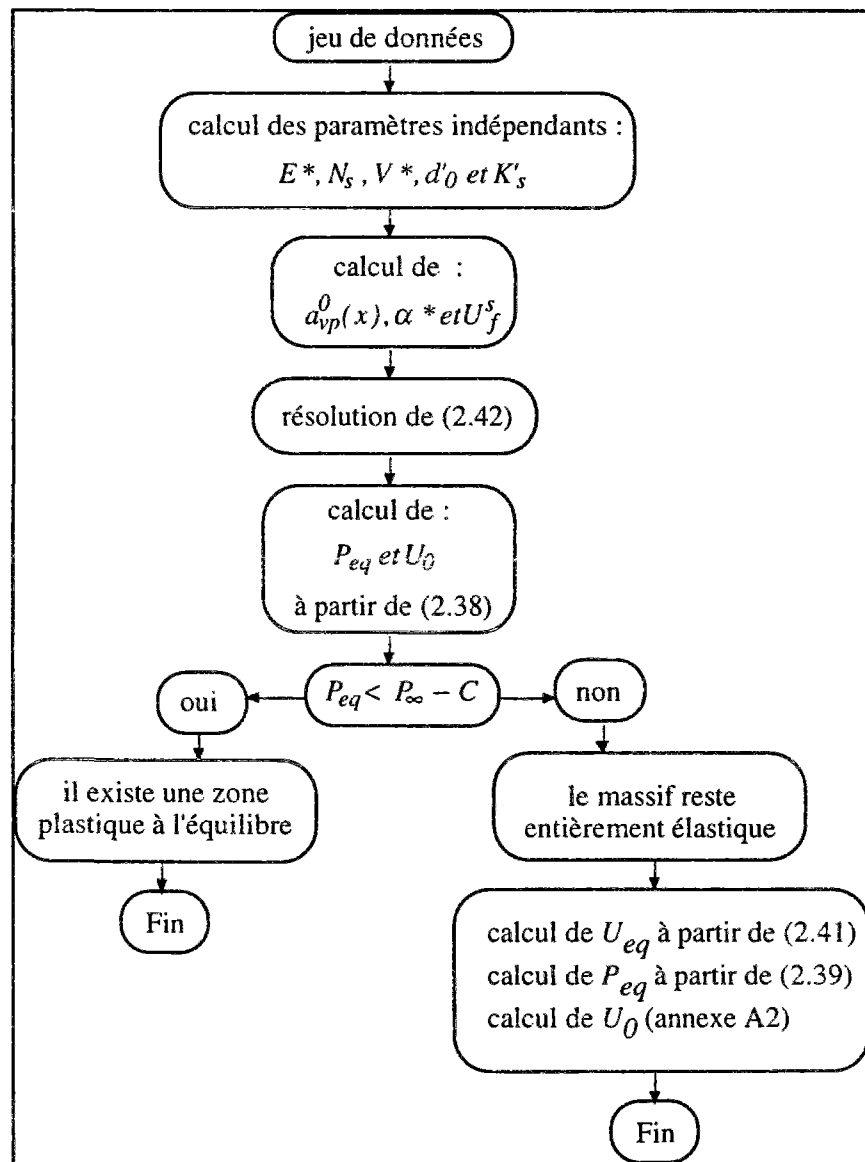


Figure II.18 : tronçons élastique et plastique dans une courbe de convergence.



Le schéma ci-dessus reproduit les étapes de résolution de la NMI pour le cas d'un tunnel soutenu en milieu élasto-viscoplastique satisfaisant au critère de Tresca.

II-5.4 Résultats et validation.

La méthode de résolution de la NMI, présentée ci-dessus, est facile à programmer. On a donc réalisé un petit programme qui permet, à partir d'un jeu de données, de sortir les valeurs de U_0 , U_{eq} et P_{eq} puis de les comparer à des valeurs que l'utilisateur peut fournir, issues du calcul numérique 2D axisymétrique. Statistiquement, l'erreur relative ne dépasse pas 10%, sauf pour quelques rares cas isolés. Ce qui est très satisfaisant pour un problème géotechnique.

N_s	d'_0	V^*	K'_s	U_{eq} E.F. (%)	$\frac{\Delta U_{eq}}{U_{eq}}$ (%)	P_{eq} E.F. (MPa)	$\frac{\Delta P_{eq}}{P_{eq}}$ (%)
3	1	150	0,24	2,8	0	0,92	0
		150	2,4	2,0	7	1,59	-9
		500	0,72	2,1	-2	1,49	3
		500	7,2	1,7	10	1,97	-11
		5000	24	1,5	11	2,19	-11
4	1	500	24	2,2	19	3,40	-12
2	1	1000	36	0,4	4	0,72	-9
	1/3	1000	0,72	1,1	-5	0,86	11
3	1/3	2000	18	0,4	-1	1,78	1
5	1	500	0,72	1,9	8	1,53	-4
		150	0,72	2,4	19	1,36	-12

Tableau II.1 : validation de la NMI en viscoplasticité.

Nous rappelons, pour les principaux paramètres dimensionnants, les intervalles de validité de la NMI pour le cas d'un massif élasto-viscoplastique de Bingham satisfaisant à un critère de Tresca :

- $1 < N_s < 5$: car si $N_s \leq 1$, le massif reste élastique. Au delà de $N_s = 5$, de grandes déformations peuvent survenir et ainsi toute l'étude analytique basée sur l'hypothèse des petites déformations ne sera plus valable.
- $d'_0 \leq 2$: car au delà de $d'_0 = 2$, l'influence de la rigidité du soutènement sur U_0 est très faible. Dans ce cas, U_0 peut être calculé à partir de $U_i^0(d_0)$ où $U_i^0(x)$ est la convergence en paroi du tunnel non soutenu à la distance x du front de taille, donnée par la relation (2.34).
- $V^* \leq 5.10^3$: car de toute façon, l'étude paramétrique nous a montré qu'à partir de $V^* = 1,6.10^3$, environ, aucun paramètre intervenant dans le dimensionnement ne varie de manière significative en fonction de V^* .

- $K'_s \leq 36$: cet intervalle correspond à une très large gamme de soutènements qu'on peut appliquer dans les tunnels profonds.

Nous précisons que les résultats fournis par la NMI peuvent ne pas suivre scrupuleusement les tendances "constatées" numériquement (cf. II-4), elles peuvent osciller autour de ces tendances sans toutefois s'en éloigner. L'erreur relative moyenne reste faible.

II-5.5 Cas d'un critère de Mohr-Coulomb.

Dans le cas d'un tunnel soutenu satisfaisant aux conditions d'axisymétrie et creusé dans un milieu élasto-viscoplastique de Mohr-Coulomb, il existe six paramètres dimensionnants indépendants :

- les cinq premiers sont les mêmes que ceux relatifs à un critère de Tresca (E^* , N_s , V^* , d'_0 et K'_s). Leurs expressions restent identiques à conditions de remplacer la cohésion C par R_c où $R_c = 2C \cos \varphi / (1 - \sin \varphi)$ est la résistance en compression simple du matériau. On a ainsi :
 $E^* = 2E / R_c$; $N_s = 2P_\infty / R_c$; $V^* = 2\eta V / (R_i R_c)$; $d'_0 = d_0 / R_i$; $K'_s = K_s / E$
- le sixième paramètre, propre au critère de Mohr-Coulomb est l'angle de frottement interne φ . Ce paramètre peut aussi intervenir par l'intermédiaire du coefficient de butée K_p .

Nous rappelons que le massif est élastiquement et plastiquement incompressible.

Une étude paramétrique, semblable à celle effectuée dans le cas du massif de Tresca, pour le tunnel non soutenu a montré que la relation (2.34) reste très satisfaisante. Les paramètres A et B étant ceux donnés en annexe A2 où N_s et V^* sont ceux exprimés ci-dessus. R_p désigne toujours le rayon de la zone plastique (à long terme), il est donné par l'expression (avec $\nu = 0,5$) :

$$R_p = R_i \left[N_s \frac{K_p - 1}{K_p + 1} + \frac{2}{K_p + 1} \right]^{\frac{1}{K_p - 1}}$$

D'un autre côté, la convergence au front de taille du tunnel non soutenu rapportée à la convergence finale pour une section loin du front de taille (U_f^0 / U_∞) vérifie aussi la relation approchée donnée en annexe A2. U_∞ est donné par la relation (avec $\nu = 0,5$) :

$$U_\infty = \frac{1,5}{E} \frac{R_c}{K_p + 1} \left(N_s \frac{K_p - 1}{2} + 1 \right) \left[N_s \frac{K_p - 1}{K_p + 1} + \frac{2}{K_p + 1} \right]^{\frac{2}{K_p - 1}}$$

En ce qui concerne le tunnel soutenu, une autre étude paramétrique numérique a été réalisée. Elle montre, d'une part, que la convergence au front U_f^s vérifie approximativement la relation exprimée en annexe A2. D'autre part, le coefficient α , défini par (2.36), est tel que :

$$\boxed{\text{Log}(\alpha^*) = \text{Log}(\alpha_T^*) - \beta \varphi} \quad (2.43)$$

où :

$$\alpha^* = \alpha R_i / R_p ;$$

φ est l'angle de frottement interne (exprimé en degrés) ;

β est un paramètre dépendant de P_∞ / C , K'_s et V^* ;

α_T^* désigne le paramètre α^* relatif au cas d'un massif de Tresca. α_T^* est exprimé par la relation (2.37) où les paramètres indépendants N_s et V^* sont ceux relatifs au critère de Tresca ($\varphi = 0$).

Le paramètre β peut s'écrire, en première approximation :

$$\beta = f_1(P_\infty / C) f_2(K'_s) f_3(V^*) \quad (2.44)$$

où les fonctions f_1 , f_2 et f_3 sont déterminées à partir de calages :

$$f_1(X) = 0,07(X - 0,82)$$

$$f_2(X) = 2,14 + \text{Log}(X)$$

$$f_3(X) = 0,98 - \exp\left(-\left(\frac{\text{Log}(1+X)}{3,33}\right)^{8,21}\right)$$

Les étapes de résolution de la Nouvelle Méthode Implicite pour le cas d'un matériau de Mohr-Coulomb restent identiques à celles relatives au cas d'un matériau de Tresca. Cependant la courbe de terrain $P_i - U_i$ est déterminée à partir des relations suivantes :

si $P_i \geq P_{ic}$ (massif encore élastique)

$$U_i = \frac{1,5}{E} (P_\infty - P_i)$$

si $P_i \leq P_{ic}$ (il existe une zone plastique entourant la section du tunnel)

$$U_i = \frac{1,5}{E} \frac{K_p - 1}{K_p + 1} (P_\infty + H) \left[\frac{2}{K_p + 1} \frac{P_\infty + H}{P_i + H} \right]^{K_p - 1}$$

où P_{ic} désigne la pression de soutènement de soutènement critique exprimée par la relation (2.35) et $H = C / \tan \varphi$.

L'équation permettant la résolution de U_{eq} s'écrit, dans ce cas (si $P_{eq} \leq P_{ic}$) :

$$\boxed{a U_{eq}^{\delta_1} + b U_{eq}^{\delta_2} + c = 0} \quad (2.45)$$

où :

$$a = \left[\frac{(K_p + 1)E}{1,5(K_p - 1)(P_\infty + H)} \right]^{\frac{K_p - 1}{2}} \frac{K_p + 1}{2} \frac{K_s}{E} (1 - a_{vp}^s(d_0))$$

$$b = \left[\frac{(K_p + 1)E}{1,5(K_p - 1)(P_\infty + H)} \right]^{\frac{K_p - 1}{2}} \frac{K_p + 1}{2} \left[U_f^s \frac{K_s}{E} (a_{vp}^s(d_0) - 1) + \frac{H}{E} \right]$$

$$c = -\frac{P_\infty + H}{E}$$

$$\delta_1 = \frac{K_p + 1}{2}$$

$$\delta_2 = \frac{K_p - 1}{2}$$

La figure II.21 montre une comparaison entre des valeurs de U_{eq} et P_{eq} déterminées par résolution de la NMI et des valeurs fournies par calcul numérique. L'erreur relative ne dépasse pas 5% pour U_{eq} et 10% pour P_{eq} .

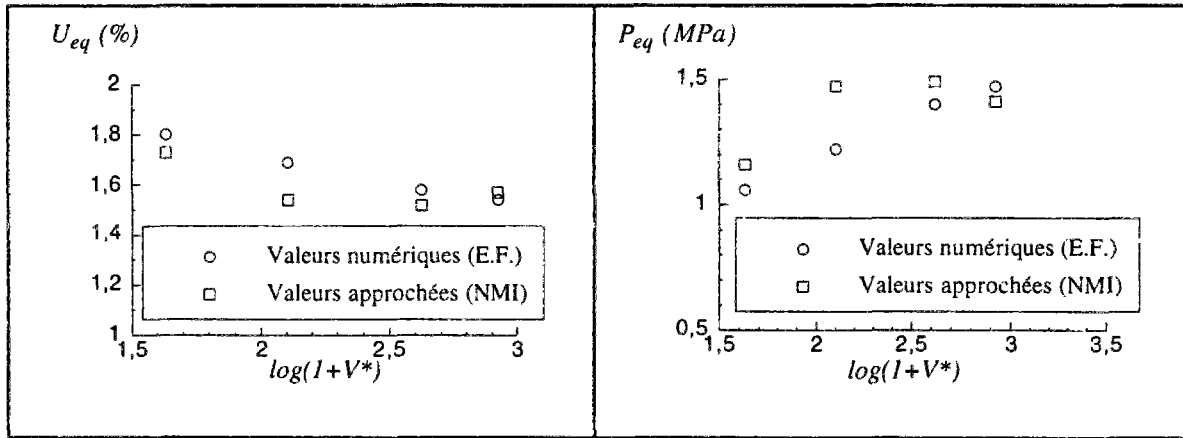


Figure II.21 : comparaison NMI-numérique pour un critère de Mohr-Coulomb.

II-6 APPLICATION A L'ÉTUDE D'UN PROBLÈME EN DÉFORMATION PLANE.

La méthode convergence-confinement classique permet, dans le cas d'un massif élasto-plastique, d'avoir recours à une approche simplifiée en déformation plane grâce à la notion de pression fictive de soutènement (notée P_t^f) s'exerçant sur la paroi du tunnel et rendant compte de la proximité du front de taille (cf. I-7.1a).

Souvent, dans le cas de la viscoplasticité, les calculs 2D en déformation plane sont réalisés loin du front de taille (pression fictive nulle) en tenant compte uniquement de la pression de soutènement (Sharma et al. 1985). Si en élasto-plasticité P_t^f a été reliée à l'avancement du front de taille de manière satisfaisante (Bernaud et Rousset 1992, Nguyen Minh et Guo 1993a), en élasto-viscoplasticité le problème reste posé.

II-6.1 Détermination de la pression fictive en fonction de l'avancement du front de taille.

L'étude analytique 1D (cf. II-3.2) permet d'établir une relation semi-implicite entre la convergence en paroi U_i et la pression uniforme qui s'y exerce $P_i = -\sigma_i$ (relations (2.22) à (2.24)).

Pour un tunnel non soutenu, on sait que la convergence en paroi (U_i^0) dépend, entre autres, de la distance x au front de taille. Pour une section donnée du tunnel non soutenu, à condition que celle-ci ne se trouve pas trop près du front de taille ($x \geq 0,5R_i$), les conditions de déformations planes sont remplies. Dans ce cas, la relation $P_i - U_i$ est vérifiée à condition de supposer une pression $P_i = P_i^f$ fictive qui dépend elle aussi, entre autres, de x .

D'autre part, pour le cas d'un matériau élastiquement incompressible, la relation (2.34) explicite la convergence $U_i^0(x)$, donc les relations (2.22) à (2.24) permettent la résolution de P_i^f .

On ne s'intéressera qu'à la partie excavée ($x \geq 0$). Dans un premier temps, on supposera que dès $x = 0$ (front de taille), on a $P_i^f(x=0) \leq P_{ic}$ où P_{ic} désigne la pression critique de soutènement (relation (2.25)). De plus, le matériau constituant le massif est toujours supposé élastiquement incompressible ($\nu = 0,5$).

II-6.1a Cas d'un matériau de Tresca.

Dans ce cas, $K_p = 1$ et $R_c = 2C$ avec $\nu = 0,5$. Les relations (2.24) et (2.23a) s'écrivent (sachant que $\sigma_i = -P_i^f$) :

$$U_i^0 = \frac{3C}{2E} Y \quad (2.46)$$

$$\dot{P}_i^f + \frac{4E}{3\eta} (P_i^f - P_\infty) + 4C\dot{Y} + \frac{4EC}{3\eta} (1 + \text{Log}(Y)) = 0 \quad (2.47)$$

où $Y = (\rho/R_i)^2$, avec ρ : rayon de la zone viscoplastique.

La relation (2.34) donne une expression explicite de $U_i^0(x)$. La vitesse d'avancement du front de taille étant supposée constante, on a $x = Vt$. Donc $U_i^0(t)$ est connu. Par la suite, la détermination de $Y(t)$ et $P_i^f(t)$ se déduit aisément des relations (2.46) et (2.47) à condition de connaître une valeur initiale pour $P_i^f(t)$. Celle-ci est estimée de la manière suivante :

on commence par calculer $U_{ic} = \frac{1,5}{E} (P_\infty - P_{ic})$: convergence en paroi lorsque $P_i = P_{ic}$ (début d'initiation de la zone viscoplastique en paroi).

On compare U_{ic} à $U_f^0 = U_i^0(x=0) = U_i^0(t=0)$ (en supposant V non nulle et finie).

- 1er cas : $U_{ic} \geq U_f^0$

cela veut dire que pour une section fixe du tunnel, au passage du front de taille, le massif est encore élastique et l'initialisation de la zone viscoplastique ne se fera qu'à un instant $t_i > 0$ (compté à partir du passage du front).

t_i est tel que $U_i^0(t_i) = U_{ic}$, et donc $P_i^f(t_i) = P_{ic}$.

D'où la condition initiale pour la résolution de (2.47).

- 2ème cas : $U_{ic} < U_f^0$

ce cas, plus délicat à traiter, se pose généralement lorsque N_s est assez grand ($N_s \geq 3$) et pour des vitesses d'avancement faibles.

Cela veut dire que pour une section fixe du tunnel, lors du passage du front, il existe déjà une zone viscoplastique entourant l'ouverture circulaire. A ce moment, on connaît $U_i^0(t=0) = U_f^0$ mais on ne connaît pas $P_i^f(t=0)$. Pour estimer ce dernier paramètre, on fait l'hypothèse suivante :

" On suppose qu'à la section où s'initie la zone viscoplastique ($x < 0$), la relation (2.34) est toujours valable."

Cette hypothèse sous-entend que cette section est tout de même assez proche du front (environ à moins d'un rayon).

On détermine l'instant t_{ic} ($t_{ic} < 0$) tel que $U_i^0(x = Vt_{ic}) = U_{ic}$, en se servant de la relation (2.34).

Puis on résout l'équation différentielle (2.47) à l'instant $t = 0$. On obtient ainsi une nouvelle condition initiale ($t = 0, P_i^f(t=0)$) permettant la résolution pour les instants $t > 0$.

II-6.1b Cas d'un matériau de Mohr-Coulomb.

Les relations (2.24), (2.23) et (2.22) deviennent :

$$U_i^0 = \frac{3}{2E(K_p + 1)} [(K_p - 1)P_\infty + R_c] Y \quad (2.48)$$

$$\begin{aligned} & \frac{3}{4E(K_p + 1)} [(K_p - 1)P_\infty + R_c] \dot{Y} + \frac{1}{\eta(K_p + 1)} [(K_p - 1)P_\infty + R_c] \\ & - \frac{K_p - 1}{\eta} \int_{R_i}^{R_i \sqrt{Y}} \frac{\sigma_r}{r} dr + \frac{3}{4E} \dot{P}_i^f + \frac{1}{\eta} (P_i^f - P_\infty) + \frac{R_c}{2\eta} \text{Log}(Y) = 0 \end{aligned} \quad (2.49)$$

$$\begin{aligned} & \frac{3}{4E} (\dot{\sigma}_r + \dot{P}_i^f) + \frac{1}{\eta} (\sigma_r + P_i^f) - \frac{K_p - 1}{\eta} \int_{R_i}^r \frac{\sigma_{r'}}{r'} dr' + \frac{R_c}{\eta} \text{Log}(r/R_i) \\ & + \frac{3}{4E(K_p + 1)} \left(1 - (R_i/r)^2 \right) [(K_p - 1)P_\infty + R_c] \dot{Y} = 0 \end{aligned} \quad (2.50)$$

On a vu que la relation (2.34) est aussi valable dans le cas d'un critère de Mohr-Coulomb. Donc $U_i^0(x)$ et par conséquent $U_i^0(t)$ sont connus.

Maintenant, on suppose qu'à un instant initial t_0 , $P_i^f(t_0)$ et $\sigma_r(r, t_0)$ sont connus (voir la fin du paragraphe). On discrétise l'intervalle de temps d'étude $[t_0, t_1]$ en N intervalles $[t_k, t_{k+1}]$ tel que :

$$t_k = t_0 + k \frac{t - t_0}{N} \text{ où } k = 0 \text{ à } N - 1.$$

N sera choisi de telle sorte qu'en ce qui concerne les variables X intervenants par leur dérivée temporelle \dot{X} , l'approximation de $\dot{X}(t_k)$ par $(X(t_{k+1}) - X(t_k)) / (t_{k+1} - t_k)$ soit satisfaisante.

A chaque instant t , on a juste besoin de déterminer σ_r sur l'intervalle d'espace $[R_i, R_i \sqrt{Y}]$.

$R_i \sqrt{Y} = \rho(t)$ est le rayon de la zone viscoplastique.

Données : $U_i^0(t_k) \quad k = 0, \dots, N$
 $\sigma_r(r, t_0), P_i^f(t_0) = -\sigma_i(t_0) = -\sigma_r(R_i, t_0)$

En notant $Y_k = Y(t_k)$:

- (i) Y_0 et Y_1 sont calculés à partir de (2.48) ;
- (ii) on calcule $\int_{R_i}^{R_i \sqrt{Y_0}} \frac{\sigma_r}{r} dr$ à $t = t_0$ par la méthode des trapèzes ;
- (iii) la relation (2.49) permet de calculer $\dot{P}_i^f(t_1)$;
- (iv) la relation (2.50) permet de calculer $\sigma_r(r, t_1)$ pour $r \in [R_i, R_i \sqrt{Y_1}]$;
- (v) on recommence à partir de (i) pour l'intervalle de temps $[t_1, t_2]$.

En exécutant cet algorithme $N - 1$ fois (en incrémentant dans le temps à chaque fois), on résout :

Y_k et $\sigma_r(r, t_k)$ pour $k = 0, \dots, N - 1$ et $r \in [R_i, R_i \sqrt{Y_k}]$

et ainsi $P_i^f(t_k) = -\sigma_i(t_k) = -\sigma_r(R_i, t_k)$

On a supposé dans ce paragraphe que la condition initiale $\sigma_r(r, t_0)$ était connue. En fait celle-ci se détermine de la même manière que pour le cas d'un critère de Tresca (cf. II-6.1a).

II-6.1c Exemple numérique.

La figure II.22 montre quelques courbes $P_i^f(t)$ correspondant à des vitesses de creusement différentes.

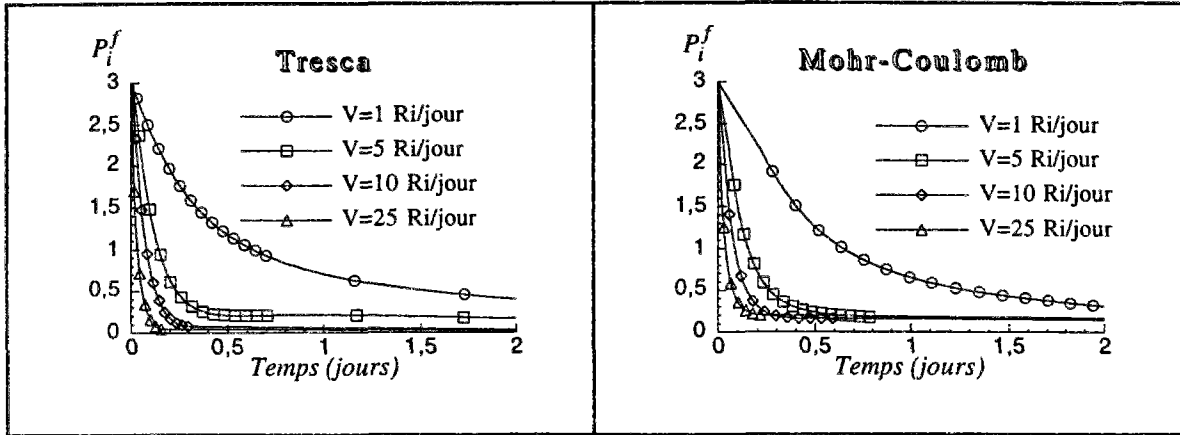


Figure II.22 : $P_i^f(t)$ pour plusieurs vitesses de creusement.

Pour toutes les courbes de la figure II.22, les paramètres sont :

$P_\infty = 5 \text{ MPa}$; $C = 2 \text{ MPa}$; $E = 500 \text{ MPa}$; $\eta = 100 \text{ MPa. jours}$; $\varphi = 10^\circ$ (pour Mohr-Coulomb)

Les courbes $P_i^f(t)$ correspondant à des vitesses de creusement faibles mettent plus de temps avant de s'annuler.

Pour obtenir $P_i^f(x)$ à partir des courbes de la figure II.22, il suffit de multiplier l'axe des abscisses par la vitesse d'avancement du front de taille

Remarque

Nous avons remarqué que pour les grandes vitesses de creusement (par exemple $V \geq 5R_i / \text{jours}$ pour le jeu de données ci-dessus), lors de la résolution de $P_i^f(t)$, des *instabilités numériques* apparaissent lorsque celle-ci s'approche de la valeur zéro. Et ce, malgré le choix de pas de temps très faibles. Dans ces cas, nous avons fait le choix d'interrompre la résolution lors de l'apparition des instabilités puis de faire varier $P_i^f(t)$ linéairement jusqu'à ce qu'elle s'annule à un instant assez grand par rapport au temps caractéristique du creusement défini par $\tau_c = R_i / V$.

II-6.1d Conclusion.

Nous avons vu que grâce à la relation (2.34) qui nous donne une bonne approximation de $U_i^0(x)$ par une formule explicite simple, on a pu déterminer la pression fictive de chargement d'un tunnel creusé à vitesse constante en milieu élasto-viscoplastique. Celle-ci est d'une grande utilité pour mener à bien un calcul en déformation plane. Nous essayons de le montrer dans le paragraphe suivant (II-6.2).

II-6.2 Exemple d'application.

On considère un tunnel soutenu profond à section circulaire creusé dans un massif argileux ayant un comportement élasto-viscoplastique de Bingham satisfaisant au critère de Tresca. L'ensemble tunnel-massif satisfait aux hypothèses énoncées en II-3.1.

On considérera les données suivantes :

- profondeur de l'axe du tunnel $H = 225\text{ m}$, rayon d'excavation $R_i = 2\text{ m}$.
- massif : $P_\infty = 4,5\text{ MPa}$, $E = 1430\text{ MPa}$, $\nu = 0,49$, $C = 1\text{ MPa}$, $\eta = 100\text{ MPa.jours}$.
- le soutènement est composé de cintres métalliques (3 cintres par mètre) avec les caractéristiques suivantes :

$E_s = 2,1 \cdot 10^5\text{ MPa}$ (module d'Young de l'acier)

$A_s = 56,41\text{ cm}^2$ (section d'un cintre)

$l_s = 0,33\text{ m}$ (espacement longitudinal entre les cintres).

Les cintres entreposés peuvent être modélisés par un soutènement continu de rigidité moyenne

(Bouvard et al. 1988) : $K_s = \frac{E_s A_s}{l_s R_i} = 1795\text{ MPa}$.

Les caractéristiques de l'ensemble tunnel soutenu - massif correspondent au cas réel de la galerie de PRACLAY creusée dans le site de Mol en Belgique (Bernaud 1991).

Nous supposons que le soutènement a un comportement élastique linéaire, alors qu'en fait, les cintres utilisés sont coulissants à partir d'un certain seuil de pression et leur comportement réel est plus proche de l'élastoplasticité.

Le soutènement est posé à une distance de 2 m du front de taille : $d'_0 = 1$. La valeur de la convergence en paroi lors de la pose du soutènement fournie par la NMI est : $U_0^{NMI} = 0,73\%$.

Alors que celle calculée à partir de l'expression $U_i^0(x)$ de la convergence en paroi du tunnel non soutenu est : $U_0^{ns} = 1,01\%$. Cette dernière valeur est supérieure de 38% par rapport à U_0^{NMI} et par conséquent, la pression d'équilibre qui correspond à U_0^{ns} sera largement sous-estimée, ce qui ne va pas dans le sens de la sécurité.

Détermination du taux de déconfinement lors de la pose du soutènement.

On déterminera λ_0^{NMI} et λ_0^{ns} respectivement relatifs à U_0^{NMI} et U_0^{ns} .

On commence par avoir $U_i^0(t)$ et $P_i^f(t)$ selon la procédure détaillée dans III-6.1a.

- $U_0^{ns} = U_i^0(t_0^{ns})$ tel que $t_0^{ns} = d_0/V = 1\text{ jour}$.

Ainsi : $\lambda_0^{ns} = 1 - P_i^f(t_0^{ns})/P_\infty = 0,77$.

- Soit t_0^{NMI} l'instant tel que : $U_i^0(t_0^{NMI}) = U_0^{NMI}$. On a nécessairement $t_0^{NMI} < t_0^{ns}$ car $U_i^0(t)$ est croissante. $t_0^{NMI} = 0,43\text{ jours}$.

$\lambda_0^{NMI} = 1 - P_i^f(t_0^{NMI})/P_\infty = 0,70$.

II-7 CONCLUSION.

Les effets différés dus à la viscosité du massif sont souvent présents dans les tunnels profonds. Les calculs numériques de dimensionnement des tunnels incluant des lois de comportement viscoplastiques se généralisent.

Le calcul analytique 1D présenté dans cette partie permet, pour des caractéristiques du massif et un chargement donnés, d'évaluer en particulier la vitesse de convergence en paroi du tunnel ainsi que l'évolution de la zone viscoplastique.

L'extension de la nouvelle méthode implicite au cas des massifs viscoplastiques permet dans un premier temps d'identifier les divers paramètres adimensionnels puis d'effectuer facilement une étude de sensibilité à ces paramètres pour un calcul de prédimensionnement. A cet effet, nous avons vu que le paramètre adimensionnel V^* (liant, entre autres, la vitesse d'avancement du front de taille et la viscosité du massif) a une grande influence sur l'équilibre final du tunnel creusé dans un massif viscoplastique.

Enfin, l'extension de la nouvelle méthode implicite aux massifs viscoplastiques permet une détermination aussi correcte que possible du taux de déconfinement lors de la pose du soutènement. Plusieurs auteurs ont montré l'influence prépondérante du choix de ce paramètre, pour un calcul en 2D déformation plane, sur l'équilibre final du tunnel soutenu ainsi que sur les tassements engendrés en surface dans le cas d'un tunnel peu profond.

PARTIE III :

**TUNNELS PROFONDS CREUSÉS EN
MILIEUX POREUX SATURÉS.**

III-1 INTRODUCTION.

Les géophysiciens affirment que l'existence de fluides dans la croûte terrestre, jusqu'à des profondeurs de dix kilomètres est vérifiée.

Dans le cas simple et usuel où seulement deux phases constituent le massif étudié : la phase solide (squelette, c'est-à-dire la matrice solide et les vides poreux) d'une part et la phase fluide de l'autre, on dit alors que le massif constitue un milieu poreux saturé (Coussy 1991).

Les effets différés observés dans les géomatériaux poreux isothermes sont donc liés principalement à deux phénomènes :

- la viscosité du squelette (particulièrement pour les argiles) ;
- la diffusion du fluide interstitiel au sein du milieu poreux.

Dans toute cette partie du mémoire, nous nous intéresserons aux effets du couplage hydro-mécanique sur l'étude des ouvrages souterrains creusés en milieu poreux saturé isotherme. Ce milieu sera supposé avoir un comportement poro-élastique ou poro-élasto-plastique suivant le formalisme de Coussy (1991), qui sera un peu détaillé ultérieurement (cf. III-2). Enfin, nous n'étudierons que le cas où la phase fluide est composée uniquement d'eau.

Les géomatériaux intervenants en génie civil (sol, roche, béton, ...) sont tous plus ou moins poreux. Dans toute cette partie du mémoire, on considère que leur espace poral (du moins en ce qui concerne la porosité connectée) est entièrement rempli d'eau : *milieu poreux saturé*. On est donc en présence de matériaux *biphasiques* : coexistence des phases solide et liquide. Et c'est en tant que tels qu'ils sont étudiés dans le cadre de la Mécanique des Milieux Poreux (cf. III-2).

III-2 HISTORIQUE ET RAPPELS DE LA MÉCANIQUE DES MILIEUX POREUX SATURÉS.

III-2.1 Définition et historique.

Un milieu poreux saturé est la superposition dans le temps et dans l'espace de deux milieux continus : le squelette d'une part et le fluide interstitiel de l'autre (Coussy 1991).

La figure III.1 schématise cette définition.

Le milieu poreux est étudié à une échelle macroscopique où tout point matériel est en fait un volume élémentaire intégrant suffisamment de matière (solide et fluide) pour être représentatif des phénomènes étudiés. En outre, la description *continue* s'appliquera aux milieux poreux.

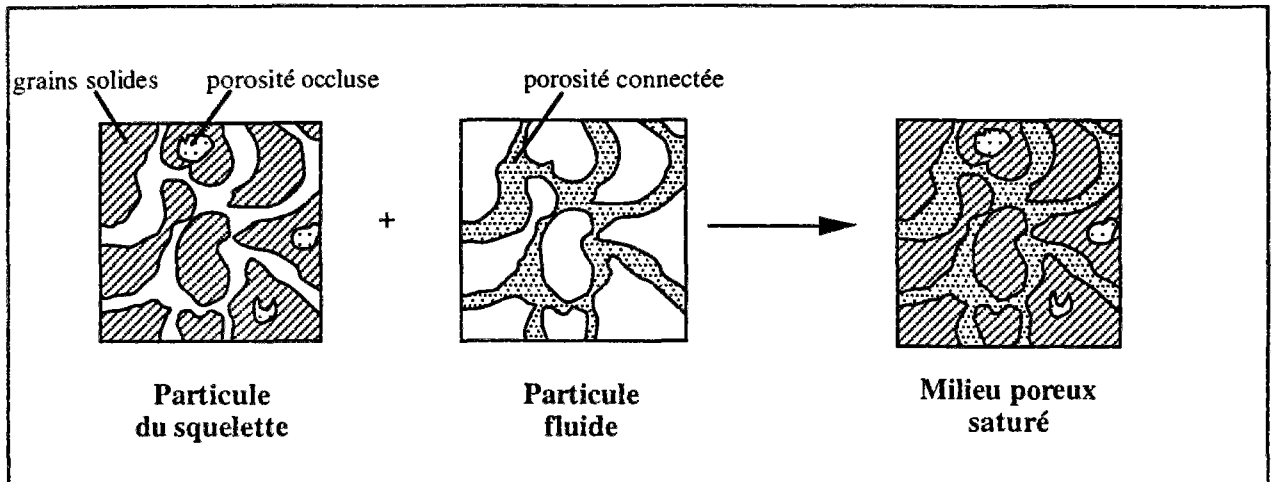


Figure III.1 : représentation d'un milieu poreux (d'après Coussy 1991).

La première théorie qui tient compte de l'influence de la pression de fluide sur la déformation du sol remonte à 1936 et est due à Terzaghi (De Boer et *al.* 1996) qui étudia la consolidation unidimensionnelle. Biot (1941) généralisa ce premier résultat au cas tridimensionnel et proposa une formulation mathématique de la poro-élasticité linéaire isotherme. Celle-ci fut ensuite reprise par Rice et Cleary (1976) qui proposèrent une nouvelle formulation plus élégante faisant apparaître des constantes facilement identifiables et tenant compte des compressibilités éventuelles du grain solide (constituant le squelette) et du fluide interstitiel.

La théorie de Biot dut son succès surtout à sa simplicité et au fait qu'elle fut la première à prédire des effets dus à la présence d'eau interstitielle, impossibles à retrouver par les théories classiques en approche découplée. L'un de ces effets les plus connus est la répartition non monotone de la pression de pores dans un problème de consolidation 1D (effet Mandel-Cryer).

Dans les ouvrages de Coussy (1991 et 1995), on trouve une extension de cette théorie au cas des processus non isothermes, de même qu'une généralisation des formulations des comportements irréversibles (plasticité, viscoplasticité) pour les géomatériaux poreux saturés.

On retient surtout que la réponse d'un massif poreux saturé à une sollicitation mécanique induit un effet couplé : déformation du squelette - diffusion du fluide interstitiel.

III-2.2 Formulation des équations de la poro-mécanique.

La thermodynamique des milieux continus ouverts permet d'obtenir un cadre général pour la formulation des lois de comportement des milieux poreux. Celle-ci est traitée en détail par Coussy (1991 et 1995) et ne sera donc pas abordée ici. On rappellera, par contre, les équations de conservation, la loi de conduction du fluide ainsi que les lois de comportement réversibles et irréversibles couplées. En outre, nous nous intéressons uniquement aux processus isothermes.

On considère un massif poreux saturé *homogène* et *isotrope*. Pour toute la suite de l'étude, l'hypothèse *des petites perturbations* (géométriques et physiques) est prise en compte.

Au cours d'une transformation (infinitésimale) du milieu poreux saturé, la loi de conservation de la masse fluide s'écrit :

$$\dot{m} + \text{div } \underline{w} = 0 \quad (3.1)$$

On suppose que cette même masse fluide s'écoule en vérifiant la loi de conduction de Darcy (en supposant l'absence de forces de volume) :

$$\frac{\underline{w}}{\rho_0^f} = -k \underline{\text{grad}} p \quad (3.2)$$

- où
- \dot{m} : apport de masse fluide par unité de volume ;
 - ρ_0^f : masse volumique du fluide (supposée constante) ;
 - \underline{w} : vecteur courant de masse fluide ;
 - k : conductivité hydraulique ;
 - p : pression interstitielle du fluide ;

$\underline{\text{grad}}$ désigne l'opérateur gradient.

Le fluide interstitiel est l'eau, considérée ici comme incompressible dans les gammes de pressions étudiées.

\underline{w} est défini par : $\underline{w} = \rho_0^f \phi \underline{V}^r$

où ϕ est la porosité du massif et \underline{V}^r la vitesse relative de la particule fluide par rapport à la particule du squelette.

\dot{X} désigne la dérivée totale de la grandeur X par rapport au temps, c'est-à-dire :

$$\dot{X} = \frac{\partial X}{\partial t} + \underline{\text{grad}} X \cdot \underline{V}$$

où \underline{V} désigne le vecteur vitesse de la particule du squelette.

III-2.2a Poro-élasticité linéaire.

Dans le cas où la matrice solide constituant le massif a un comportement réversible linéaire, le matériau poreux saturé satisfait la loi de Hooke généralisée :

$$\begin{cases} \underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\sigma}}_\infty = \lambda_0 \text{Tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}) \underline{\underline{I}} + 2\mu \underline{\underline{\varepsilon}} - b(p - p_\infty) \underline{\underline{I}} \\ p - p_\infty = M \left[-b \text{Tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}) + \frac{m}{\rho_0^f} \right] \end{cases} \quad (3.3)$$

où $\underline{\underline{\sigma}}_{\infty}, p_{\infty}$: champs de contraintes totales et de pression interstitielle initiales ;
 $\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{\varepsilon}}$: tenseurs des contraintes et de déformation totales à l'instant t ;
 λ_0 : premier coefficient de Lamé drainé ;
 $\mu = G$: module de cisaillement (ou deuxième coefficient de Lamé) ;
 M, b : module et coefficient de Biot ;
 $Tr(\underline{\underline{A}})$ désigne la trace du tenseur $\underline{\underline{A}}$.

λ_0 est lié au coefficient d'incompressibilité drainé K_0 et à μ par la relation : $\lambda_0 = K_0 - 2\mu/3$.

- Considérons un échantillon d'un massif poro-élastique linéaire soumis à un essai en conditions drainées (p est constant, égal à p_{∞}), la première équation de la loi de comportement (3.3) est équivalente à celle régissant un matériau élastique linéaire monophasique. D'où l'appellation "drainés" pour les coefficients qui apparaissent dans cette équation. Tandis que la seconde équation permet, après mesure de la masse d'eau échangée par l'échantillon avec le milieu extérieur de déterminer le coefficient de Biot b .
- Considérons maintenant le même échantillon soumis à un essai en conditions non drainées. Par définition, $m = 0$. La relation (3.3) conduit à l'équation suivante :

$$\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\sigma}}_{\infty} = \lambda Tr(\underline{\underline{\varepsilon}})\underline{\underline{I}} + 2\mu\underline{\underline{\varepsilon}} - b(p - p_{\infty})\underline{\underline{I}}$$

où λ est le premier coefficient de Lamé non drainé.

Les modules d'Young et le coefficient de Poisson drainés (resp. non drainés) sont reliés à λ_0 et μ (resp. λ et μ) par :

$$\begin{aligned} E_0 &= \frac{\mu(3\lambda_0 + 2\mu)}{\lambda_0 + \mu} & \nu_0 &= \frac{\lambda_0}{2(\lambda_0 + \mu)} \\ E &= \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu} & \nu &= \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Contraintes effectives élastiques

Le tenseur des contraintes effectives élastiques est défini par :

$$\underline{\underline{\sigma}}' = \underline{\underline{\sigma}} + b p \underline{\underline{I}} \quad (3.5)$$

Les contraintes sont comptées positives en traction et négatives en compression.

La première équation de la loi de comportement (3.3) peut s'écrire :

$$\underline{\underline{\sigma'}} - \underline{\underline{\sigma'}}_{\infty} = \lambda_0 \text{Tr}(\underline{\underline{\epsilon}}) \underline{\underline{I}} + 2\mu \underline{\underline{\epsilon}}$$

cette dernière relation prouve que le comportement poro-élastique linéaire peut être décrit par une relation liant simplement $\underline{\underline{\sigma'}}$ et $\underline{\underline{\epsilon}}$. Par conséquent, les contraintes effectives sont responsables de la déformation du squelette. Ce concept de contraintes effectives est très important car il permet d'analyser les effets mécaniques dus à la présence du fluide interstitiel dans un sol ou une roche.

Le coefficient de Biot est relié aux modules d'incompressibilité drainé et à celui du squelette :

$$b = 1 - K_0 / K_s \quad (3.6)$$

où K_s désigne le module d'incompressibilité de la matrice solide.

Etant donné qu'on a nécessairement $K_0 < K_s$ (l'égalité n'a lieu que si la porosité est nulle), il vient que :

$$0 < b \leq 1 \quad (3.7)$$

Dans le cas où la matrice solide est incompressible ($K_s \rightarrow \infty$), on a $b = 1$. Pour ce cas particulier, la relation (3.5) définit la contrainte effective de Terzaghi, bien connue en Mécanique des Sols.

Equation de diffusion hydraulique

Celle-ci est obtenue en combinant les relations (3.1) à (3.3) :

$$k \Delta p = \frac{l}{M} \partial_t p + b \text{Tr}(\partial_t \underline{\underline{\epsilon}}) \quad (3.8)$$

où Δ désigne l'opérateur "Laplacien" et ∂_t désigne le symbole de la dérivée partielle par rapport au temps. La relation (3.8) est une équation de diffusion hydraulique couplée au problème mécanique en raison de la présence du terme en $\text{Tr}(\underline{\underline{\epsilon}})$.

III-2.2b Poro-plasticité.

Considérons le cas où la matrice solide constituant le massif a un comportement élasto-plastique. L'état thermodynamique du milieu poreux plastique est caractérisé par :

- les deux variables d'état externes qui sont le tenseur des déformations totales $\underline{\underline{\epsilon}}$ et l'apport volumique de masse fluide m ;

- les variables internes $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$, m^p et χ qui désignent, respectivement, le tenseur des déformations plastiques du squelette, l'apport volumique plastique de masse fluide et l'ensemble des variables internes caractérisant l'écrouissage du milieu poreux.

La relation (3.3) devient maintenant :

$$\begin{cases} \underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\sigma}}_\infty = \lambda_0 \text{Tr}(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) \underline{\underline{I}} + 2\mu(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) - b(p - p_\infty) \underline{\underline{I}} \\ p - p_\infty = M \left[-b \text{Tr}(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) + \frac{m - m^p}{\rho_0^f} \right] \end{cases} \quad (3.9)$$

Hypothèse des contraintes effectives plastiques

Celle-ci revient à supposer que la porosité plastique ϕ^p (égale à m^p / ρ_0^f) est proportionnelle à la déformation volumique plastique (pour un matériau isotrope) :

$$\phi^p = \frac{m^p}{\rho_0^f} = \beta \text{Tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}^p) \quad (3.10)$$

Tous les calculs, en modèle poro-plastique, qui suivront reposeront sur cette hypothèse portant sur la règle d'écoulement plastique (et non sur le critère de plasticité).

Le tenseur des contraintes effectives plastiques est défini par :

$$\underline{\underline{\sigma}}'^p = \underline{\underline{\sigma}} + \beta p \underline{\underline{I}} \quad (3.11)$$

Les règles d'écoulement et d'écrouissage s'écrivent :

$$d\underline{\underline{\varepsilon}}^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \underline{\underline{\sigma}}'^p} \quad d\chi = d\lambda \frac{\partial h}{\partial \xi} \quad (3.12)$$

avec : $d\lambda \geq 0$ si $f = 0$ et $df = 0$

$d\lambda = 0$ si $f < 0$ ou $df < 0$

où $d\lambda$ est le multiplicateur plastique. $f(\underline{\underline{\sigma}}, p, \xi)$, $g(\underline{\underline{\sigma}}, p, \xi)$ et $h(\underline{\underline{\sigma}}, p, \xi)$ désignent, respectivement, la fonction de charge associée au critère de plasticité, le potentiel plastique et le potentiel d'écrouissage. ξ représente l'ensemble des forces d'écrouissage.

Comme le soulignent Coussy et al. (1991), dans le cas d'un comportement de type élasto-plastique, la rupture est contrôlée par la contrainte effective plastique et non pas élastique.

Dans le cas d'un matériau standard, la règle d'écoulement est associée au critère ($f \equiv g$). L'hypothèse des contraintes effectives plastiques revient à dire que le critère f se met sous la forme simplifiée $f(\underline{\underline{\sigma}}'^P, \xi)$.

Equation de diffusion hydraulique

En combinant les équations (3.1), (3.2), (3.9) et (3.10) on obtient l'équation de diffusion généralisée pour la poro-plasticité :

$$k \Delta p = \frac{I}{M} \partial_t p + b \text{Tr}(\partial_t \underline{\underline{\varepsilon}}) - (b - \beta) \text{Tr}(\partial_t \underline{\underline{\varepsilon}}^P) \quad (3.13)$$

Remarques

- Dans le cas d'un matériau plastiquement incompressible, on a $\text{Tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}^P) = 0$ et par conséquent $\text{Tr}(\partial_t \underline{\underline{\varepsilon}}^P) = 0$.
- Si la matrice solide est élastiquement et plastiquement incompressible (les argiles plastiques, par exemple), on a : $b = \beta = 1$. Les contraintes effectives élastiques et plastiques coïncident alors avec le tenseur des contraintes effectives de Terzaghi.

Pour ces deux cas particuliers, l'équation de diffusion (3.13) devient identique à (3.8), qui reste malgré tout une équation couplée.

III-2.3 Cas particuliers.

III-2.3a Réponse instantanée. Principe d'équivalence.

Sous l'effet d'une sollicitation instantanée d'origine mécanique, le milieu poreux a une évolution non drainée. En tout point, on a : $m = 0$.

En pratique, ce cas se présente lorsque la vitesse de diffusion hydraulique est négligeable devant la vitesse du chargement mécanique. Par exemple, l'étude à court terme d'un tunnel creusé en milieu argileux saturé.

Compte tenu de la relation $m = 0$, la loi de comportement poro-élasto-plastique (3.9) se réécrit :

$$\begin{cases} \underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\sigma}}_\infty = \lambda \text{Tr}(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^P) \underline{\underline{I}} + 2\mu(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^P) \\ p - p_\infty = -\frac{B_s}{3} \text{Tr}(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\sigma}}_\infty) - \frac{K_0 \beta B_s}{b(1 - \beta B_s)} \text{Tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}^P) \end{cases} \quad (3.14)$$

où $B_s = bM/K$ désigne le coefficient de Skempton.

$\underline{\underline{\varepsilon}}^P$ est le tenseur des déformations plastiques équivalent en milieu monophasique. Il est exprimé en fonction de $\underline{\underline{\varepsilon}}^P$ par la relation :

$$\underline{\underline{\tilde{\varepsilon}}}^p = \underline{\underline{\varepsilon}}^p - \frac{\beta B_s}{3} Tr(\underline{\underline{\varepsilon}}^p) \underline{\underline{I}} \quad (3.15)$$

La relation (3.14) établit l'analogie entre la réponse instantanée du milieu poreux et la réponse d'un milieu monophasique équivalent (principe d'équivalence). Ainsi, on commence par résoudre un problème monophasique en contraintes et déplacements (première équation de (3.14)), puis on déduit la réponse en pression interstitielle (deuxième équation de (3.14)).

Le lecteur intéressé par le principe d'équivalence pourra consulter, par exemple, Tijani (1991) et Giraud (1993). Ce dernier l'a explicité pour plusieurs géométries et plusieurs critères usuels de plasticité. Les principales conclusions qu'on peut en tirer sont :

- un critère de Mohr-Coulomb sans dilatance en milieu poreux devient quasiment équivalent, en comportement instantané, à un critère de Tresca en milieu monophasique (l'angle de frottement équivalent est très faible) ;
- Une chute instantanée de pression interstitielle est observée dans les zones plastiques, l'amplitude de cette chute est d'autant plus importante que la plastification est forte, c'est-à-dire que le chargement mécanique est important et le seuil de plasticité est bas.

Un exemple de calcul analytique se référant au principe d'équivalence est présenté au chapitre III-4.

III-2.3b Régime hydraulique permanent.

Dans le cas où la vitesse du chargement mécanique s'appliquant sur le milieu poreux est *infinitement lente* par rapport à la vitesse de diffusion hydraulique, par exemple le creusement d'un tunnel dans des sables (forte perméabilité), alors on peut considérer que le problème hydro-mécanique est découplé. On suppose donc que le régime hydraulique est établi (quand c'est possible) en premier, puis on calcule la réponse mécanique.

Dans ce cas, évidemment, il n'y a pas de problème d'évolution. Les équations de diffusion poro-élastique (3.8) et poro-plastique (3.13) se réduisent à l'équation de Laplace :

$$\Delta p = 0 \quad (3.16)$$

Une fois celle-ci résolue selon les conditions aux limites hydrauliques et la géométrie du problème, la solution en contraintes et déplacements se déduit à l'aide, entre autres, de la première équation de la loi de comportement (3.3) en poro-élasticité ou (3.9) en poro-plasticité.

Le rôle exercé par la pression interstitielle est alors analogue à celui d'une force volumique.

Les calculs de puits en régime permanent poro-élasto-plastique sont très courants chez les pétroliers : Mc Lellan et *al.* (1994) étudient l'efficacité du cake enveloppant la paroi du puits. Wang et *al.* (1995) étudient la réponse du puits en ajoutant l'effet de la température, également en régime permanent mais n'intervenant pas dans le critère de plasticité. Hsiao (1988) étudie l'extension de la zone plastique dans le cas où celle-ci a une perméabilité différente (supérieure) à celle du reste du

massif élastique. Wang et *al.* (1994) étudient la réponse du puits sous un chargement cyclique correspondant à différentes phases de la production.

Un calcul de tunnel creusé dans un milieu perméable en régime permanent sera présenté succinctement au chapitre III-4.

Remarques :

Dans le cas de la géométrie cylindrique 1D, par exemple un tunnel profond infiniment long de section circulaire et creusé dans un milieu poreux saturé homogène et isotrope, l'équation de Laplace (3.16) s'écrit :

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = 0$$

la solution générale de cette équation est de la forme : $p = A \text{Log}(r) + B$.

où A et B sont des constantes qui dépendent des conditions aux limites hydrauliques. On note p_∞ la pression interstitielle initiale uniforme régnant dans le massif avant le creusement du tunnel.

- Si la paroi du tunnel est imperméable (flux nul), alors : $\left. \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{r=R_i} = 0$

Donc $A = 0$. Dans ce cas, $B = p_\infty$ car $p = p_\infty$ loin de la paroi. Par conséquent, $p = p_\infty$ dans tout le massif en régime permanent.

- Si la pression interstitielle p_i en paroi est fixée, mais néanmoins différente de p_∞ , $p_i \neq 0$ par exemple s'il y a drainage en paroi, alors A est nécessairement non nul. Dans ce cas, la condition à la limite $p(r \rightarrow \infty) = p_\infty$ ne sera pas respectée.

On constate donc qu'en géométrie cylindrique, si le milieu est infini, le régime permanent ne pourra théoriquement jamais s'établir.

Cependant, pour les calculs, on peut considérer l'ensemble tunnel - milieu infini comme un cylindre creux de rayon interne R_i (le rayon du tunnel) et de rayon externe R_e ($R_e \gg R_i$) fini.

En outre, dans certains cas, une source d'eau permanente (rivière, mer, ...) peut se trouver à une certaine distance du tunnel et contribuer à établir un régime hydraulique permanent.

III-3 ÉTUDE NUMÉRIQUE.

III-3.1 Méthode des éléments finis pour les problèmes couplés.

Les problèmes géotechniques faisant intervenir le couplage hydro-mécanique sont des problèmes d'évolution qui nécessitent des outils numériques adaptés pour leur résolution. Depuis plusieurs

années, la méthode des éléments finis s'est imposée aussi pour ce type de problèmes en procédant par discrétisation dans l'espace et dans le temps.

Nous exposons ci-dessous les principales étapes de résolution d'un problème poro-élasto-plastique par la méthode des éléments finis (Coussy 1991, Dangla et *al.* 1992, Giraud 1993, Shao 1995).

III-3.1a Hypothèses.

- H1 : Hypothèse d'évolutions quasistatiques.
- H2 : Hypothèse de transformations infinitésimales pour le squelette.
- H3 : Hypothèse d'isotropie du milieu poreux.
- H4 : Hypothèse des petits apports de masse fluide.
- H5 : Hypothèse des petites variations de pression du fluide.
- H6 : Hypothèse des petits déplacements.
- H7 : Hypothèse des contraintes effectives plastiques (cf. III-2.2b).
- H8 : Hypothèse d'absence de forces de volume. Le milieu étudié est supposé suffisamment profond pour que les forces liées à la gravité n'aient pas d'influence.

Les variables principales du problème sont le champ des déplacements \underline{u} et le champ de pression interstitielle p .

On note Ω le volume du domaine étudié et $\Gamma = \partial\Omega$ la surface formant la frontière de Ω .

Les équations considérées sont :

- l'équation d'équilibre mécanique : $\text{div}(\underline{\underline{\sigma}}) = 0$ dans Ω , où $\underline{\underline{\sigma}}$ est le tenseur des contraintes totales de Cauchy ;
- l'équation de conservation de la masse fluide (3.1) dans Ω ;
- l'équation de la loi de conduction hydraulique de Darcy (3.2) ;
- les relations de comportement ((3.9), (3.10) et (3.12));

enfin, les conditions aux limites (cf. III-3.1c) sont nécessaires pour la résolution de ces équations.

III-3.1b Conditions initiales.

A l'instant initial $t = 0$, l'état de référence du système est caractérisé par un tenseur de contrainte initiale $\underline{\underline{\sigma}}_\infty$ (satisfaisant H8) et un champ de pression interstitielle p_∞ . $\underline{\underline{\sigma}}_\infty$ et p_∞ doivent vérifier les conditions aux limites.

III-3.1c Conditions aux limites.

Celles-ci sont imposées sur la frontière Γ du domaine Ω .

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} n_j &= T_i^d & \text{sur } \Gamma_{T_i} \\ u_i &= u_i^d & \text{sur } \Gamma_{u_i} \\ p &= p^d & \text{sur } \Gamma_p \\ \underline{w} \cdot \underline{n} &= w^d & \text{sur } \Gamma_w \end{aligned} \quad (3.17)$$

où Γ_{T_i} , Γ_{u_i} , Γ_p et Γ_w sont des parties disjointes de Γ .

\underline{n} désigne le vecteur normale (sortante) à la surface Γ .

III-3.1d Discrétisation temporelle.

Les équations de champs, où interviennent des dérivations temporelles sont discrétisées suivant un schéma semi-implicite d'Euler. Une fonction φ quelconque est interpolée entre les instants t et $t + \Delta t$ par :

$$\begin{cases} \varphi(t + \theta \Delta t) = (1 - \theta)\varphi(t) + \theta \varphi(t + \Delta t) & 0 \leq \theta \leq 1 \\ \frac{d\varphi}{dt}(t + \theta \Delta t) = \frac{\varphi(t + \theta \Delta t) - \varphi(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} \end{cases} \quad (3.18)$$

$\theta = 0$ correspond au schéma explicite d'Euler, $\theta = 1/2$ au schéma semi-implicite de Cranck-Nicholson et $\theta = 1$ au schéma implicite.

III-3.1e Méthode incrémentale.

Afin d'utiliser des schémas implicites ou semi-implicites, plus stables que le schéma explicite, il est préférable d'exprimer les équations précédentes en accroissements.

Soit t_n un instant auquel la solution S_n du problème couplé est connue et on désire déterminer la solution S_{n+1} à l'instant $t_{n+1} = t_n + \Delta t$ où Δt représente l'incrément de temps. Cela revient à déterminer $\Delta S = S_{n+1} - S_n$.

$$\begin{aligned}
 \operatorname{div}(\Delta \underline{\underline{\sigma}}) &= 0 \\
 \Delta m + \Delta t \operatorname{div}(\underline{w}^{n+1}) &= 0 \\
 \frac{\underline{w}^{n+1}}{\rho_0^f} &= -k \underline{\operatorname{grad}}(p^{n+1}) \\
 \Delta \underline{\underline{\sigma}} &= \lambda_0 \operatorname{Tr}(\Delta \underline{\underline{\varepsilon}} - \Delta \underline{\underline{\varepsilon}}^p) \underline{\underline{I}} + 2\mu (\Delta \underline{\underline{\varepsilon}} - \Delta \underline{\underline{\varepsilon}}^p) - b \Delta p \underline{\underline{I}} \\
 \frac{\Delta p}{M} &= -b \operatorname{Tr}(\Delta \underline{\underline{\varepsilon}} - \Delta \underline{\underline{\varepsilon}}^p) + \frac{\Delta m}{\rho_0^f} - \Delta \phi^p \\
 \Delta \phi^p &= \beta \operatorname{Tr}(\Delta \underline{\underline{\varepsilon}}^p) \\
 \Delta \underline{\underline{\varepsilon}}^p &= \Delta \lambda \frac{\partial g}{\partial \underline{\underline{\sigma}}'^p} \\
 \Delta \chi &= \Delta \lambda \frac{\partial h}{\partial \xi} \\
 \begin{cases} \Delta \lambda \geq 0 & \text{si } f(\underline{\underline{\sigma}}^{n+1}, p^{n+1}, \xi^{n+1}) = 0 \text{ et } df = 0 \\ \Delta \lambda = 0 & \text{si } f(\underline{\underline{\sigma}}^{n+1}, p^{n+1}, \xi^{n+1}) < 0 \text{ ou } df < 0 \end{cases}
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

Le multiplicateur plastique $\Delta \lambda$ est déterminé par la condition de consistance $df = 0$.

III-3.1f Méthodologie de résolution.

Après la discrétisation dans le temps des équations d'évolution à résoudre, l'étape qui suit est la formulation variationnelle en accroissements. Celle-ci s'appuie sur le théorème mixte des travaux virtuels (Coussy 1991).

La résolution numérique du problème d'évolution poro-élasto-plastique en accroissements se décompose en deux étapes :

- résolution d'un problème linéaire intermédiaire : cette étape sert à calculer une réponse poro-élastique initiale.
- résolution d'un problème non linéaire : c'est une correction plastique servant à rendre plastiquement admissibles les accroissements de contraintes et de pression interstitielle calculés à l'étape précédente.

Le module de résolution en poro-élasto-plasticité par éléments finis est implanté dans plusieurs logiciels dont CESAR-LCPC (Humbert 1989) et POROUS (Giraud 1993, pour les géométries 1D).

III-3.2 Exemples de calculs numériques 1D.

Dans ce chapitre, nous analysons les résultats issus d'un calcul poro-élasto-plastique 1D réalisés à l'aide du module MPNL du code CESAR-LCPC (Dangla et al. 1992). Ce calcul simule des phases de déconfinement particulières puis la réponse à plus long terme d'un tunnel 1D profond.

III-3.2a Hypothèses et géométrie du problème.

On considère un tunnel profond de section circulaire (rayon R_i) creusé dans un milieu homogène et isotrope. Les hypothèses du tunnel profond sont supposées satisfaites (cf. I-2). On note $\underline{\sigma}_\infty = \sigma_\infty \underline{I}$ et p_∞ respectivement le champ de contrainte totale et le champ de pression interstitielle initiales régnant dans le massif avant le creusement du tunnel. Le massif hôte est infini mais, pour des raisons pratiques évidentes pour la modélisation numérique, nous supposerons que c'est un cylindre creux, infiniment long, de rayon interne R_i et de rayon externe R_e très grand devant R_i . La section étudiée du tunnel est supposée hors de la zone d'influence du front de taille. Les déformations sont donc planes (dans le plan perpendiculaire à l'axe du tunnel) et le problème est unidimensionnel (figure III.2). Sur la circonférence de la section étudiée, du côté intrados, on applique une contrainte $\sigma_i(t)$, fonction monotone du temps, simulant approximativement une excavation.

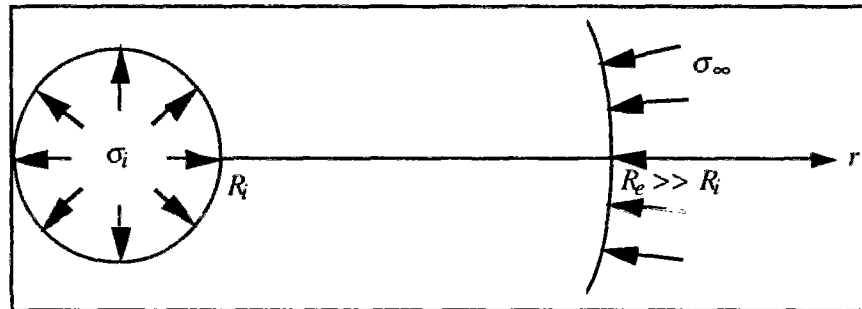


Figure III.2 : tunnel unidimensionnel.

Données :

- $\sigma_\infty = -4 \text{ MPa}$, $p_\infty = 2 \text{ MPa}$
- $R_i = 1 \text{ m}$, $R_e = 150 \text{ m}$
- $E_0 = 200 \text{ MPa}$ (module d'Young drainé)
- $\nu_0 = 0,25$ (coefficient de Poisson drainé)
- $\phi = 0,40$ (porosité)
- $M = 7500 \text{ MPa}$ (module de Biot)
- $k = 3,46 \cdot 10^{-5} \text{ MPa}^{-1} \text{ m}^2 \text{ jour}^{-1}$ (conductivité hydraulique)
- $b = 1$ (coefficient de Biot)

Ces données correspondent au cas du creusement d'une galerie de rayon 1 m dans une argile plastique, type argile de Boom (Giraud 1993), à une profondeur approximative de 200 m . La conductivité hydraulique k donnée ci-dessus correspond à une perméabilité hydraulique $K_h = 4 \cdot 10^{-12} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ($K_h = k \gamma_h$ où γ_h est le poids volumique de l'eau interstitielle).

Nous supposerons, pour l'argile de Boom, un comportement poro-élasto-plastique parfait de type Tresca avec une cohésion $C = 1,33 \text{ MPa}$. Compte tenu des remarques relatives aux contraintes effectives plastiques (cf. III-2.2b), on choisit de prendre $\beta = b = 1$.

III-3.2b Conditions aux limites mécaniques.

On écrit : $\sigma_r(r = R_i, t) = \sigma_i(t)$ $\sigma_r(r = R_e, t) = \sigma_\infty$ (3.20)

où σ_r désigne la contrainte radiale.

III-3.2c Conditions aux limites hydrauliques.

Dans l'étude numérique présentée dans ce chapitre, nous considérons deux types de conditions aux limites hydrauliques (CLH1 et CLH2) :

CLH1 : $p(r = R_i, t > 0) = 0$ $p(r = R_e, t) = p_\infty$ (3.21)

ce cas correspond à un drainage permanent en paroi où règne la pression atmosphérique. Vu la géométrie considérée, un régime permanent existe mais mettra beaucoup de temps avant de s'établir car la conductivité hydraulique est faible.

CLH2 : $\frac{\partial p}{\partial r}(r = R_i, t > 0) = 0$ $p(r = R_e, t) = p_\infty$ (3.22)

dans ce cas, la paroi du tunnel est considérée imperméable. Là aussi, on sait qu'un régime permanent s'établira et correspondra au cas où $p = p_\infty$ dans tout le massif.

III-3.2d Chargement mécanique.

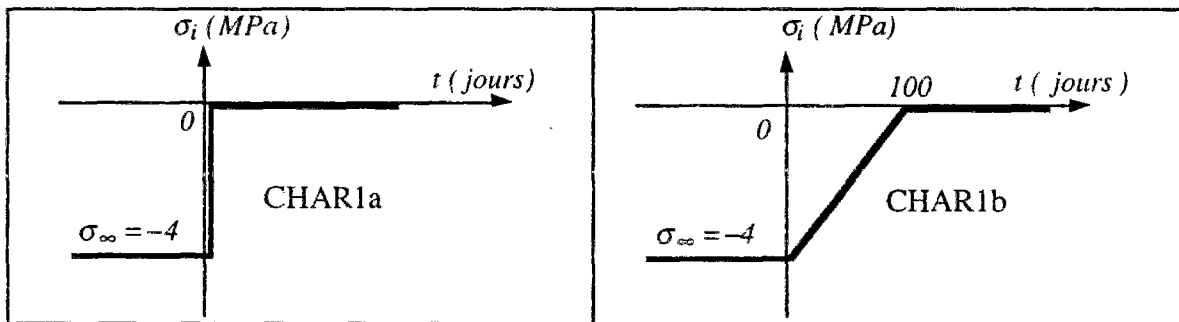


Figure III.3a : chargement CHAR1a.

Figure III.3b : chargement CHAR1b.

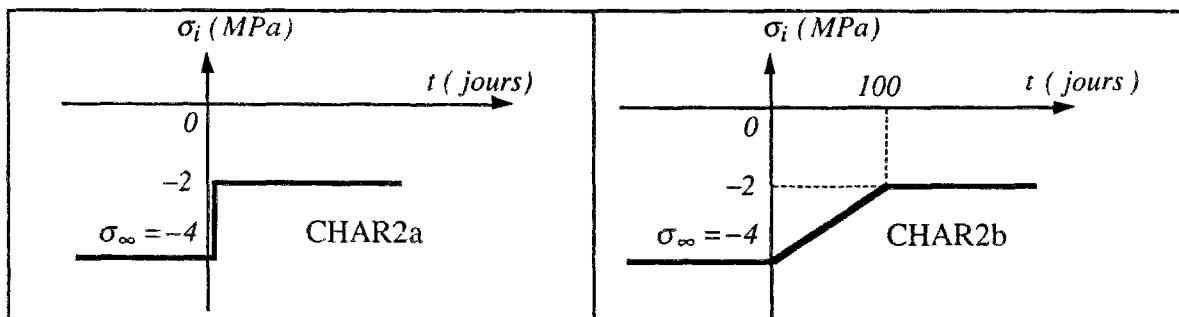


Figure III.4a : chargement CHAR2a.

Figure III.4b : chargement CHAR2b.

Pour chacune des deux conditions aux limites hydrauliques étudiées, nous considérons deux chargements mécaniques différents. CHAR1a et CHAR1b pour la condition CLH1 (figures III.3a et III.3b), CHAR2a et CHAR2b pour la condition CLH2 (figures III.4a et III.4b).

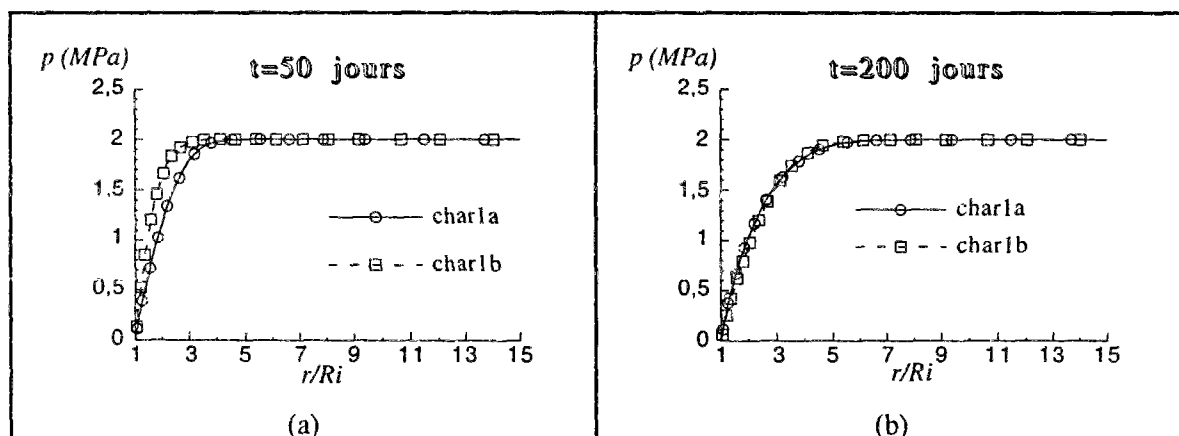
CHAR1a et CHAR2a correspondent à des chargements instantanés où σ_i passe, à l'instant $t = 0^+$, de sa valeur initiale σ_∞ à une valeur fixe au cours du temps (creusement très rapide). Pour CHAR1b et CHAR2b, la variation s'effectue plus lentement de façon monotone en 100 jours. Dans tous les cas de chargement, les valeurs finales de $\sigma_i(t)$ (pressions finales de soutènement) ont été choisies de telle sorte qu'il y ait apparition d'une zone plastique autour du tunnel.

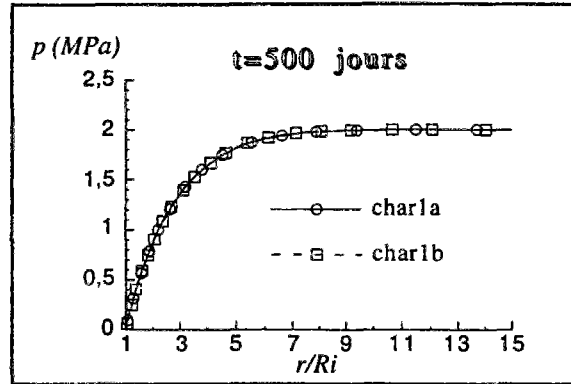
Dans CHAR1a et CHAR1b, la valeur finale de σ_i vaut zéro et simule ainsi un tunnel non soutenu. Par contre, dans CHAR2a et CHAR2b, cette valeur finale vaut -2MPa , égale à p_∞ en valeur absolue. Car ces chargements correspondent au cas où la paroi est imperméable, le régime permanent hydraulique s'établit à $p = p_\infty$ dans tous le massif, y compris en paroi. Donc, la contrainte radiale effective (plastique) en paroi vaudra : $\sigma_i'^p = \sigma_i + \beta p_\infty = 0$. Si la valeur finale de σ_i était comprise entre -2MPa et zéro, on aurait apparition de contraintes effectives de traction au voisinage de la paroi du tunnel. Pour un critère de Tresca avec une cohésion non nulle, cela ne représente aucun problème particulier, par contre dans le cas d'un critère de Mohr-Coulomb, il se pourrait que la résistance en traction du massif soit dépassée et ces contraintes entraîneraient la ruine de l'ouvrage.

III.3.2e Résultats.

Résultats relatifs à CLH1 (cas drainé)

Dans ce paragraphe nous montrons et commentons les différents résultats de cette étude numérique 1D. Pour l'explication des observations ci-dessous on se servira de l'étude analytique (cf. III-4 à III-6).





(c)

Figure III.5 : évolution du champ de pression interstitielle.
Chargements char1a et char1b.

Les figures III.5a à III.5c montrent l'influence de $\sigma_i(t)$ (histoire du chargement) sur la distribution du champ de pression interstitielle $p(r)$ dans le massif. Pour $t = 50 \text{ jours}$, on a $\sigma_i = 0$ pour char1a et $\sigma_i = -2 \text{ MPa}$ pour char1b. Le champ de pression $p(r)$ relatif à char1b accuse donc un certain retard dans la diffusion par rapport au champ $p(r)$ relatif à char1a (figure III.5a). Tandis qu'aux instants $t = 200 \text{ jours}$ et $t = 500 \text{ jours}$ (pour lesquels $\sigma_i = 0$ dans les deux cas), les champs de pression relatifs à char1a et char1b sont presque identiques (figures III.5b et III.5c).

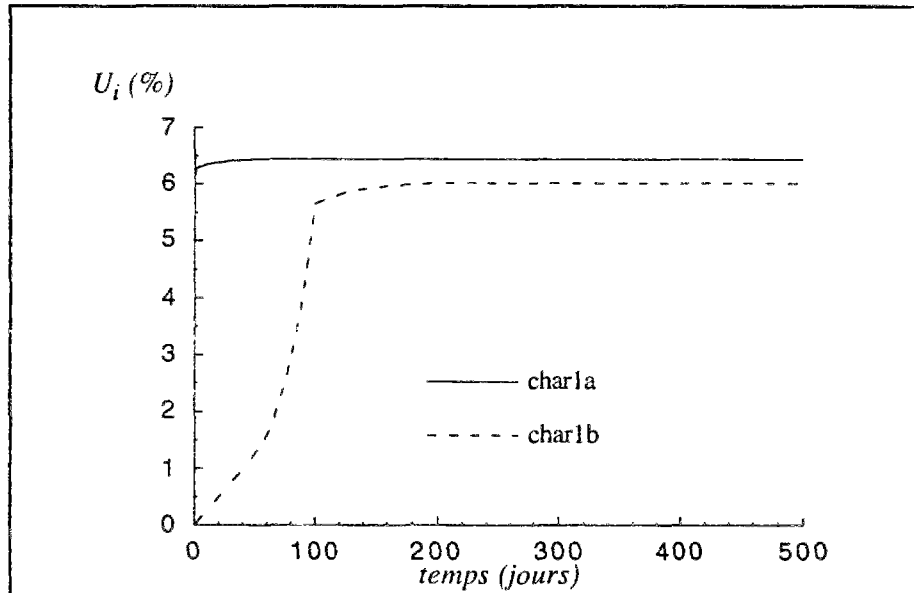


Figure III.6 : évolution de la convergence en paroi.
Chargements char1a et char1b.

En ce qui concerne char1a, l'essentiel de la convergence en paroi s'effectue à $t = 0^+$. Puis celle-ci reste pratiquement constante au cours du temps, comme $\sigma_i(t)$. Par contre, la courbe d'évolution de la convergence en paroi relative à char1b présente trois phases distinctes : la première phase commence par l'état initial à $t = 0$ où $U_i = 0$ et $\sigma_i = \sigma_\infty$ jusqu'à $t \approx 50 \text{ jours}$, elle est caractérisée

par une évolution linéaire de la convergence au cours du temps, comme $\sigma_i(t)$. D'ailleurs, la figure III.8a nous montre que durant cet intervalle de temps le massif reste encore élastique autour du tunnel. La seconde phase, située pour t compris entre 50 et 100 jours est caractérisée par une vitesse de convergence nettement supérieure, mais qui reste tout de même presque constante, comme celle de $\sigma_i(t)$. L'instant $t=100$ jours correspond à $\sigma_i=0$. La troisième phase ($t \geq 100$ jours, $\sigma_i(t)=0$) correspond à un net ralentissement de la convergence en paroi avant sa stabilisation à une valeur inférieure à celle correspondant à char1a. Ce résultat démontre que la valeur finale de la convergence en paroi dépend de l'histoire du chargement appliqué.

Examinons ce résultats avec plus d'attention.

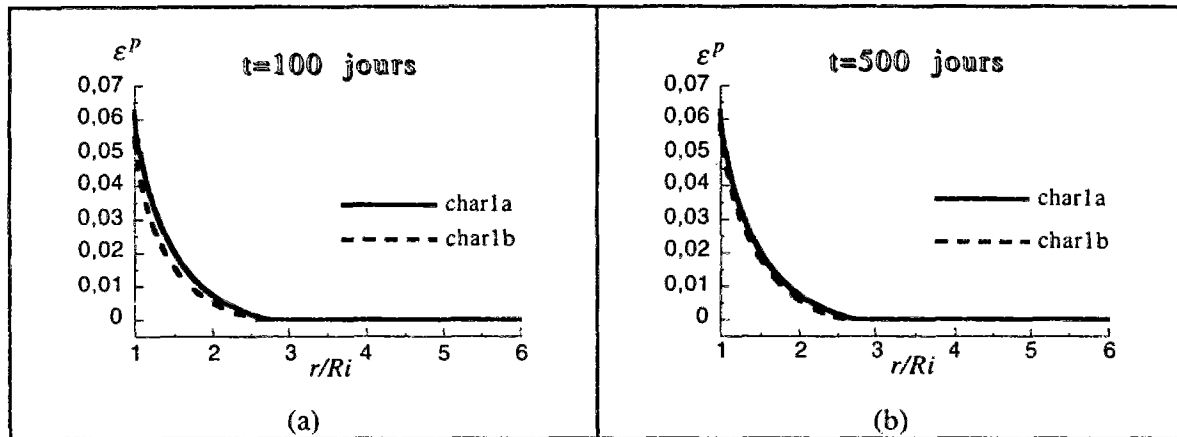


Figure III.7 : évolution de la répartition des déformations plastiques. Chargements char1a et char1b.

ε^p désigne la composante radiale du tenseur des déformations plastiques $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$.

D'après les hypothèses et la géométrie du problème, on a :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^p = \begin{pmatrix} \varepsilon^p & 0 & 0 \\ 0 & -\varepsilon^p & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

L'influence de l'histoire du chargement est aussi visible sur les figures III.7a et III.7b. La zone du massif où les déformations plastiques sont non nulles entoure l'excavation. La distribution des déformations plastiques dans la zone concernée à $t=100$ et 500 jours ($\sigma_i=0$) diffère selon char1a et char1b, même si l'étendue de la zone plastique est quasiment identique pour les deux cas (cependant pour char1a, le rayon plastique est légèrement supérieur). Parallèlement à $\sigma_i(t)$, entre $t=100$ et 500 jours le rayon de la zone plastique n'évolue pas même si, à l'intérieur de cette zone, ε^p a évolué au voisinage de l'ouverture.

Les figures III.8a et III.8b montrent l'évolution de la déformation plastique relative à char1a et char1b respectivement en paroi et en un point intérieur de la zone plastique finale (correspondant à

$t \geq 100$ jours). On peut en tirer les mêmes remarques que celles relatives à l'évolution de la convergence en paroi (figure III.6). Pour char1a, ε^P reste quasiment constant à partir de $t = 0^+$ (comme $\sigma_i(t)$), donc $\dot{\varepsilon}^P = 0$ ce qui signifie qu'il y a décharge élastique à cet endroit (car pour un critère de Tresca, on a $\varepsilon^P = \lambda$ où λ est le multiplicateur plastique). Cette décharge élastique concerne au moins les deux points sélectionnés ($r/R_i = 1$ et $1,992$), mais un dépouillement des résultats en d'autres points (non montrés ici) indique que toute la zone initialement plastifiée est concernée par la décharge élastique. Tandis que pour char1b, la première phase où $\varepsilon^P = 0$ correspond au cas où le massif est encore élastique. La seconde phase commence par une accélération brutale de ε^P (avec un léger retard pour le point $r/R_i = 1,992$ par rapport au point situé sur la paroi) jusqu'à $t = 100$ jours (où $\sigma_i = 0$). Puis la troisième phase présente un net ralentissement de l'évolution de ε^P avant de se stabiliser à une valeur *différente* de celle relative à char1a. Ceci est conforme aux remarques concernant les figures III.7a et III.7b. La différence entre les valeurs finales de la déformation plastique radiale pour les deux chargements est due à l'ordre d'apparition des décharges élastiques comme nous le montrerons dans l'étude analytique (cf. III-6.3).

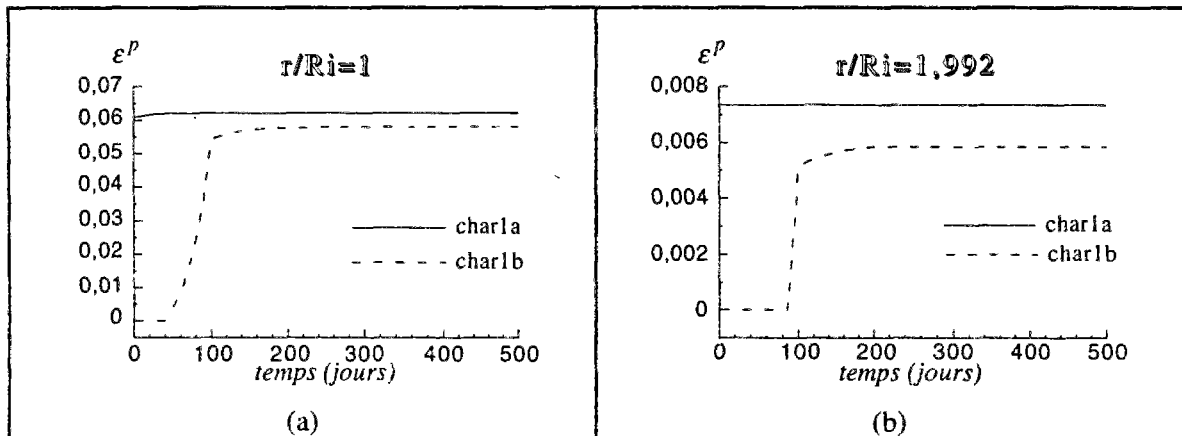


Figure III.8 : évolution des déformations plastiques en paroi et à l'intérieur de la zone plastique. Chargements char1a et char1b.

Résultats relatifs à CLH2 (cas non drainé).

Les figures III.9a à III.9c ci-dessus montrent que l'histoire du chargement a, là aussi, une influence sur la distribution du champ de pression interstitielle $p(r, t)$. Cette influence est légèrement plus marquée que dans le cas drainé (CLH1). A $t = 50$ jours, on a $p(r) = p_\infty$ dans tout le massif pour char2b car l'ensemble du massif est encore élastique tandis que pour char2a, on observe une chute de pression interstitielle au voisinage de l'excavation liée à la présence de la zone plastique.

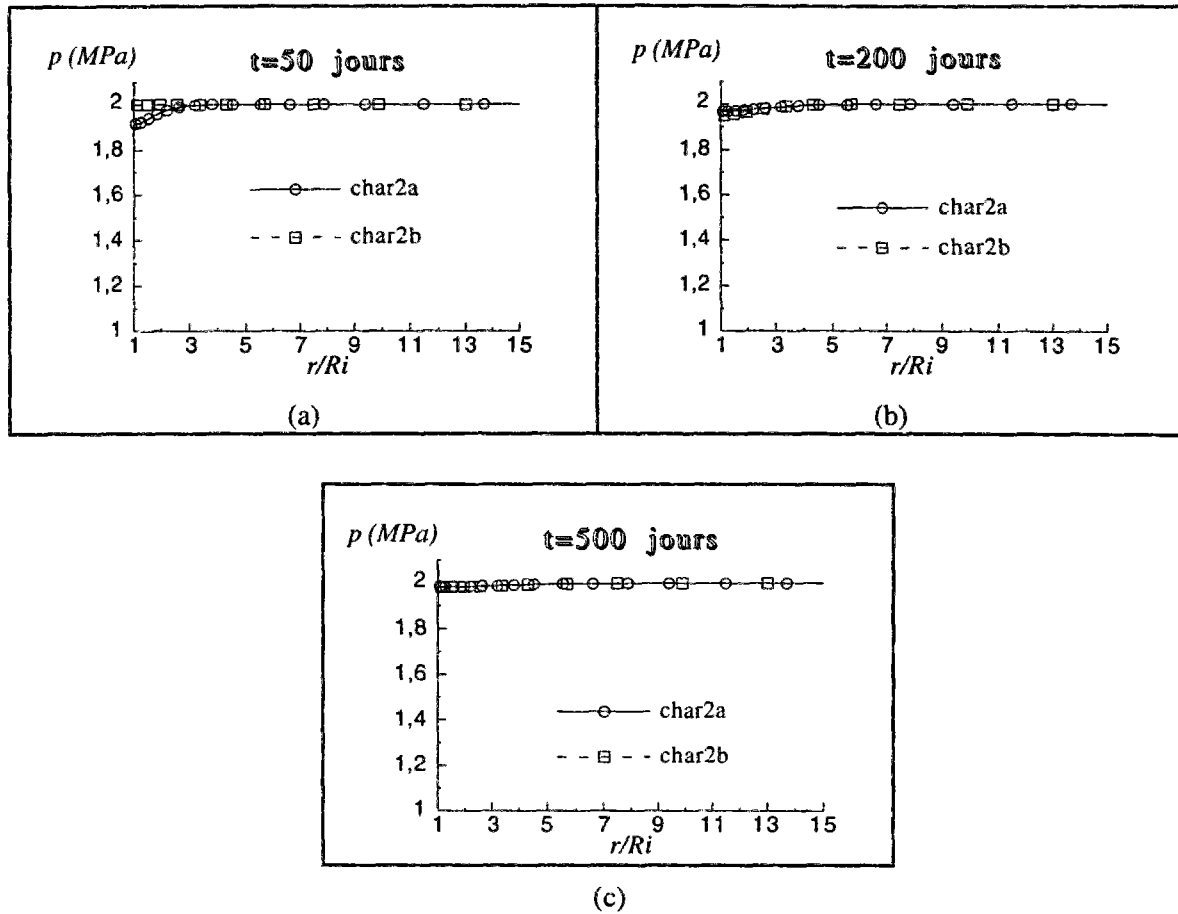


Figure III.9 : évolution du champ de pression interstitielle.
Chargements char2a et char2b.

L'influence de la zone plastique sur le champ de pression interstitielle est mieux représentée par la figure III.10 où seule l'évolution de la pression interstitielle en paroi est montrée. Pour char2a, la chute de pression est instantanée parallèlement à l'apparition des déformations plastiques (voir figure III.13a pour char2a). Puis avec la condition de flux nul en paroi, la pression augmente jusqu'à atteindre la valeur de p_{∞} en régime permanent. Pour char2b, tant que le massif est entièrement élastique, la pression ne varie pas. Puis avec l'évolution du chargement et l'apparition de déformations plastiques (voir figure III.13a pour char2b) une chute de pression se produit, elle ne s'arrête que lorsque $\sigma_i(t)$ devient constante à partir de $t=100$ jours, puis la pression réaugmente jusqu'à atteindre p_{∞} en régime permanent.

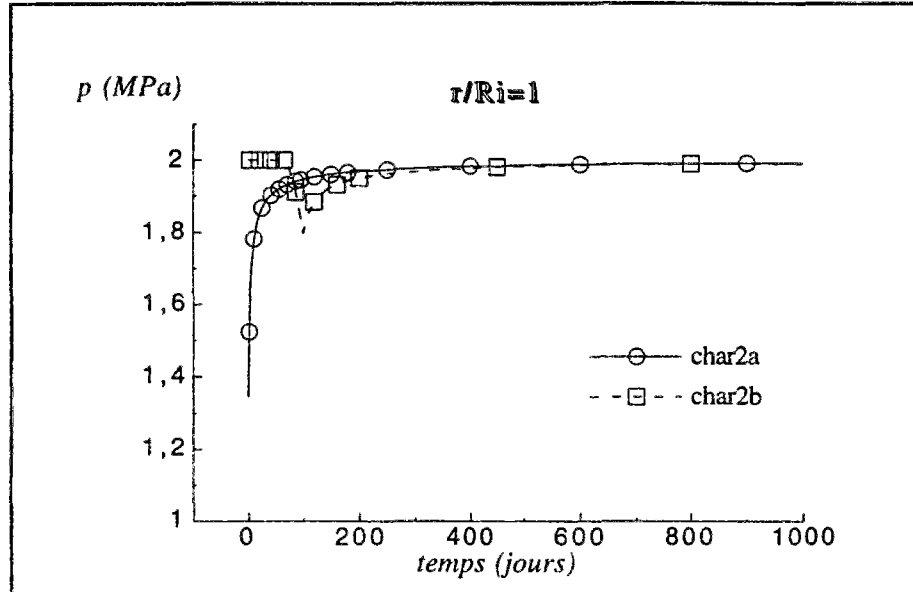


Figure III.10 : évolution du champ de pression interstitielle en paroi. Chargements char2a et char2b.

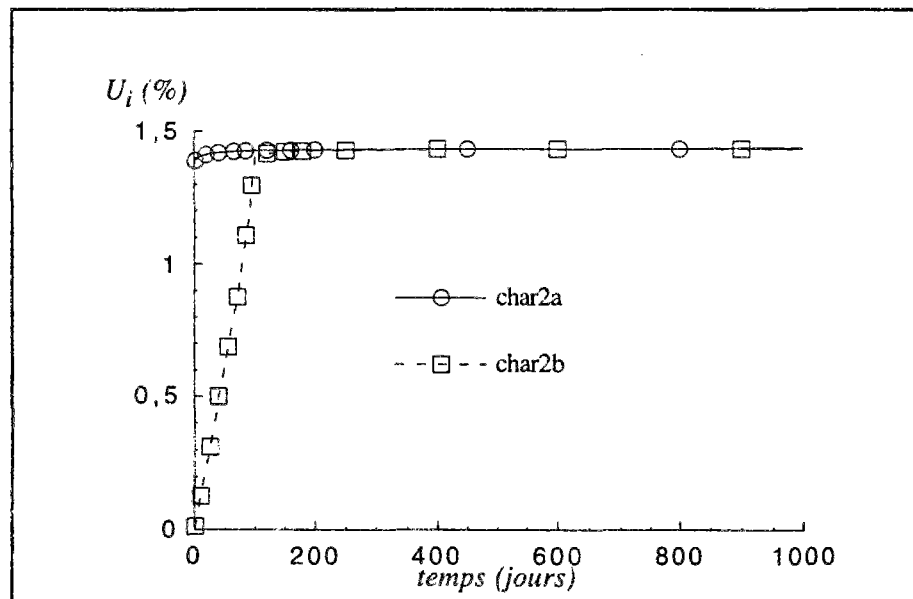


Figure III.11 : évolution de la convergence en paroi. Chargements char2a et char2b.

L'évolution de la convergence en paroi, illustrée sur la figure III.11, présente quelques différences importantes avec celle correspondant au cas drainé (figure III.6). La valeur finale de la convergence en paroi semble *indépendante* de l'histoire du chargement. Pour char2a ($\sigma_i(t)$ est constante), l'essentiel de la convergence finale est atteint à $t=0^+$, mais on montre qu'il y a une légère évolution durant les premiers instants pour atteindre la valeur finale, légèrement supérieure. De plus, pendant la phase où le chargement char2b est actif (entre 0 et 100 jours), la vitesse d'évolution de la convergence en paroi est presque constante alors que pendant cet intervalle de temps il y a apparition de la plasticité au voisinage de la paroi du tunnel.

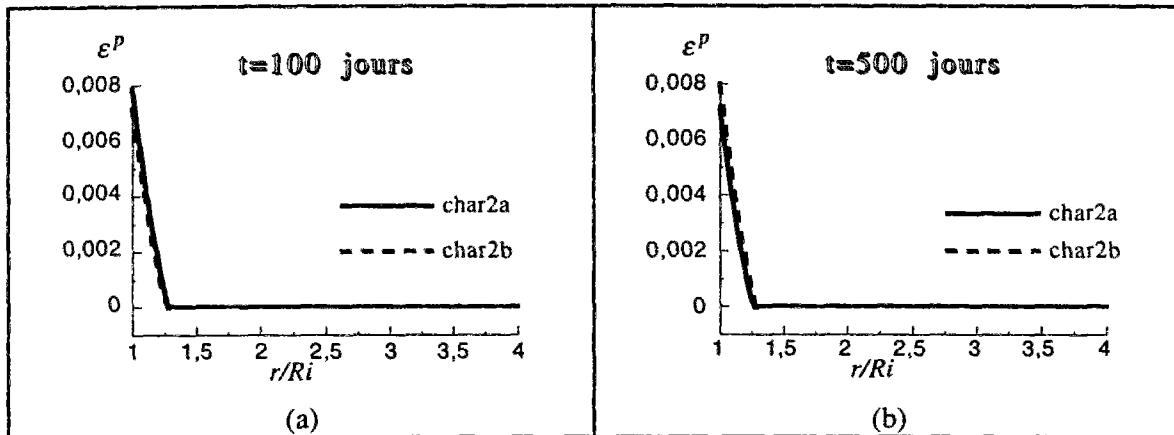


Figure III.12 : évolution de la répartition des déformations plastiques.
Chargements char2a et char2b.

Là aussi, l'histoire du chargement ne paraît pas avoir d'influence sur les déformations plastiques à *long terme*. A $t = 100$ jours, l'étendue de la zone concernée par les déformations plastiques est identique pour char2a et char2b, même si les valeurs de ε^p y sont légèrement supérieures pour char2a (figure III.12a). A $t = 500$ jours, pour char2a et char2b, la zone où existent des déformations plastiques ne s'est pas étendue, par contre pour char2b, les déformations plastiques ont augmenté au voisinage de l'excavation jusqu'à atteindre celles relatives à char2a (figure III.12b).

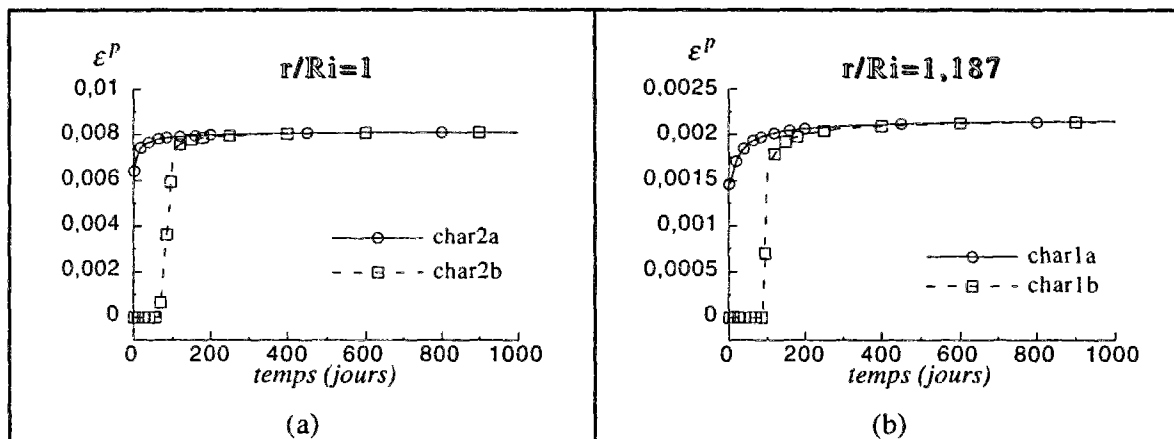


Figure III.13 : évolution des déformations plastiques en paroi et à l'intérieur de la zone plastique.
Chargements char2a et char2b.

Les figures III.13a et III.13b confirment ce qui vient d'être dit ci-dessus. De plus, pour $t \geq 100$ jours, quand $\sigma_i(t)$ reste constante égale à -2MPa , ε^p évolue au cours du temps avec une vitesse, certes très faible, mais non nulle. Celle-ci est d'ailleurs d'autant plus faible qu'on s'éloigne de la paroi jusqu'à s'annuler à la frontière entre zones plastique et élastique, ce qui explique la non extension de la zone plastique au cours du temps lorsque $\sigma_i(t)$ devient constant. Cependant

l'évolution de ε^P s'arrête (vitesse nulle) lorsque le régime hydraulique permanent est atteint ($p(r) = p_\infty$ dans tout le massif).

Les principales remarques sont relatives au fait que l'influence de l'histoire du chargement sur la convergence finale en paroi est prépondérante dans le cas drainé mais paraît négligeable dans le cas non drainé. D'un autre côté, dès que la vitesse de chargement s'annule, l'extension de la zone plastique s'arrête, indépendamment des conditions aux limites hydrauliques imposées en paroi.

Dans le chapitre qui suit (cf. III-4), nous exposons une étude (semi-) analytique 1D originale. Elle concerne la réponse en pression interstitielle, contraintes et déplacement pour un tunnel creusé en milieu poro-élasto-plastique en régime hydraulique transitoire couplé. A partir de cette étude, plusieurs des constatations faites à partir des résultats numériques présentés ci-dessus seront expliquées.

III-4 SOLUTIONS ANALYTIQUES 1D PARTICULIÈRES.

III-4.1 Hypothèses.

On considère un tunnel profond de section circulaire creusé dans un massif poreux saturé. L'ensemble tunnel - massif admet la même géométrie et vérifie les mêmes hypothèses que le problème 1D considéré dans l'étude numérique précédente (cf. III-3.2a). La figure relative au problème étudié ici est par conséquent la même (figure III.2). Dans ce chapitre, seul le critère plastique de Tresca sera considéré. Des études analogues à celles présentées dans ce chapitre et se référant à une loi plastique de Mohr-Coulomb associée ou non sont succinctement exposées en annexe A6.

De plus, on suppose que l'ordre des contraintes principales dans la zone plastique est tel que le régime de face est toujours établi :

$$0 > \sigma_r > \sigma_z > \sigma_\theta$$

Les conditions initiales mécaniques et hydrauliques sont celles mentionnées dans III-3.2a.

Les solutions analytiques instantanée et sous régime hydraulique permanent sont présentées pour le cas "tunnel", c'est-à-dire avec la condition $R_e \gg R_i$, tandis que le calcul en régime transitoire poro-élastique ou poro-plastique sera conduit avec R_e quelconque ($R_e > R_i$), puis les résultats correspondant au cas "tunnel" seront justifiés.

Enfin, on rappelle que les contraintes sont comptées positives en traction et négatives en compression.

III-4.2 Réponse instantanée.

On s'intéresse ici à la réponse instantanée (à $t=0^+$) en déplacement, contraintes et pression interstitielle dans le massif suite à un chargement *mécanique* : la contrainte totale appliquée en paroi passe de sa valeur initiale σ_∞ (avant creusement) à une valeur σ_i ($\sigma_\infty < \sigma_i \leq 0$). Comme nous l'avons déjà fait remarquer, cette transformation s'effectue en condition non drainée et le principe d'équivalence (cf. III-2.3a) stipule que la résolution de ce problème se ramène à celle d'un problème monophasique équivalent. On déduit ensuite la réponse en pression interstitielle (voir la relation (3.14)). La résolution du problème de creusement d'un tunnel 1D en milieu monophasique élasto-plastique de Tresca étant classique, il n'y a pas lieu de la détailler ici. Nous donnons donc juste les résultats de la réponse instantanée.

- Si $\sigma_\infty \leq \sigma_i \leq \sigma_\infty + C$, alors le massif entier reste élastique.

La solution élastique classique convient ici (avec coefficients non drainés) et la pression interstitielle ne varie pas de sa valeur initiale p_∞ .

Pour tout r appartenant à $[R_i, R_e]$ avec $R_e \gg R_i$:

$\begin{aligned}\sigma_r &= \sigma_\infty + (\sigma_i - \sigma_\infty)(R_i/r)^2 \\ \sigma_\theta &= \sigma_\infty - (\sigma_i - \sigma_\infty)(R_i/r)^2 \\ \sigma_z &= \sigma_\infty\end{aligned}$	$\begin{aligned}\frac{u}{r} &= -\frac{1}{2\mu}(\sigma_i - \sigma_\infty)(R_i/r)^2 \\ p &= p_\infty\end{aligned}$	(3.23)
--	--	--------

- Si $\sigma_i > \sigma_\infty + C$, alors apparaît une zone plastique en forme d'anneau circulaire entourant la section du tunnel. Le rayon extérieur de cet anneau, appelé *rayon plastique*, est noté y et donné par l'expression :

$$y = R_i \exp\left(\frac{\sigma_i - \sigma_\infty - C}{2C}\right) \quad (3.24)$$

en zone plastique. $R_i \leq r \leq y$

$\begin{aligned}\sigma_r &= \sigma_i - 2C \log(r/R_i) \\ \sigma_\theta &= \sigma_i - 2C(1 + \log(r/R_i)) \\ \sigma_z &= \frac{\lambda}{\lambda + \mu}(\sigma_i - C - 2C \log(r/R_i)) + \frac{\mu}{\lambda + \mu}\sigma_\infty \\ \frac{u}{r} &= \frac{1}{2(\lambda + \mu)} \left[\sigma_i - \sigma_\infty - C \left(2 \log(r/R_i) + \frac{\lambda + 2\mu}{\mu} (y/r)^2 \right) \right] \\ p &= p_\infty - \frac{bM}{\lambda + \mu}(\sigma_i - \sigma_\infty - C - 2C \log(r/R_i))\end{aligned}$	(3.25)
---	--------

en zone élastique, $y \leq r \leq R_e$ avec $R_e \gg R_i$

$\begin{aligned}\sigma_r &= \sigma_\infty + C(y/r)^2 \\ \sigma_\theta &= \sigma_\infty - C(y/r)^2 \\ \sigma_z &= \sigma_\infty\end{aligned}$	$\begin{aligned}\frac{u}{r} &= -\frac{C}{2\mu}(y/r)^2 \\ p &= p_\infty\end{aligned}$	(3.26)
--	--	--------

Lorsque $\sigma_i(t=0^+)$ décrit l'intervalle $[\sigma_\infty, 0]$, $\sigma_{i0} = \sigma_\infty + C$ est la contrainte critique à partir de laquelle des déformations plastiques apparaissent en paroi (car c'est là où le déviateur est maximal). En considérant les mêmes données que pour l'étude numérique précédente (cf. III-3.2), nous avons tracé les réponses mécaniques et hydraulique instantanées avec $\sigma_i(t=0^+) = -1 \text{ MPa}$ (voir figure III.14).

Le rayon plastique est tel que : $y/R_i = 1,87$ et la contrainte critique σ_{i0} vaut $-2,67 \text{ MPa}$.

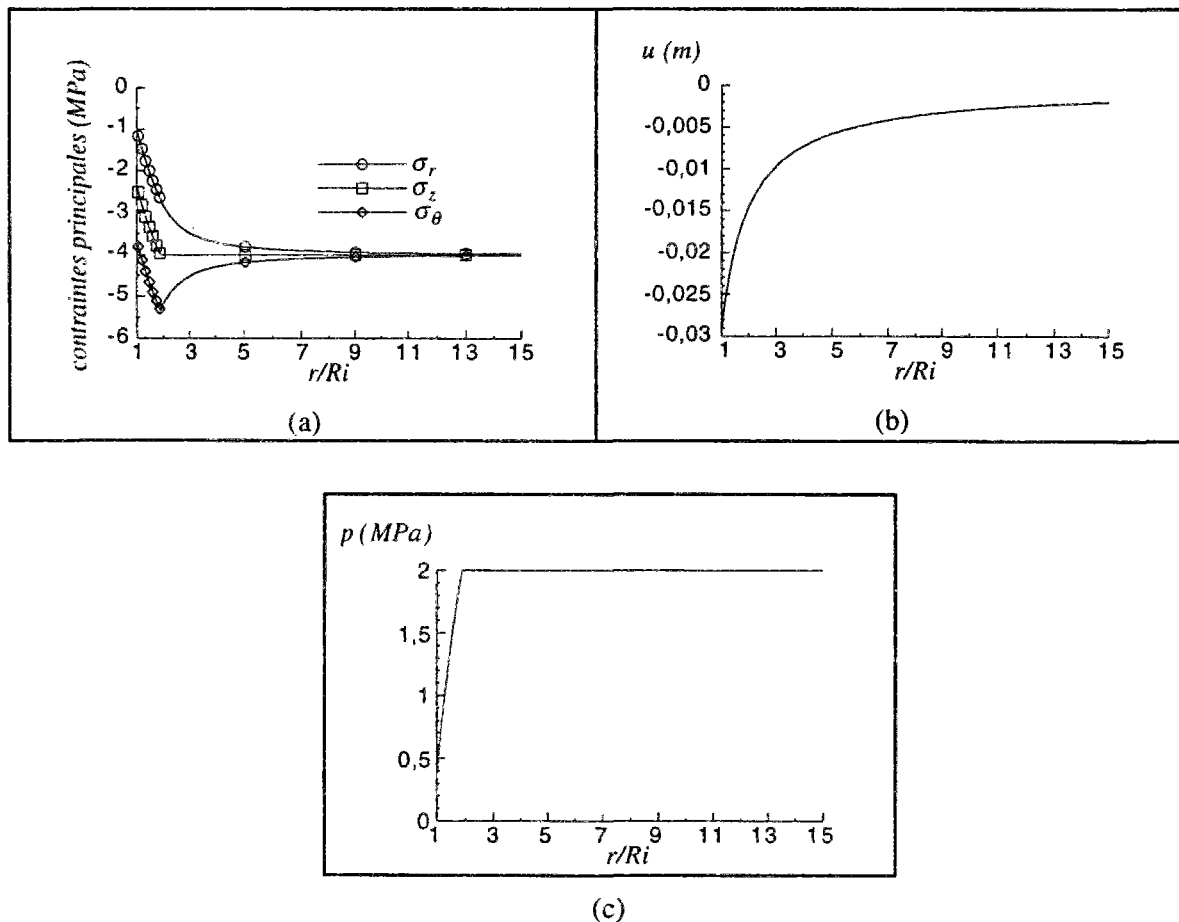


Figure III.14 : réponse instantanée en contraintes principales totales, déplacement et pression interstitielle.

On rappelle que la réponse instantanée en pression interstitielle est indépendante des conditions aux limites hydrauliques.

Sur toute la zone plastique on observe une chute de la pression interstitielle (figure III.14c). Cette pression est d'autant plus faible que l'on est proche de la paroi. Des valeurs *théoriquement* négatives de $p(r)$ peuvent être relevées au voisinage de la paroi si la plastification est importante, *i.e.* chargement mécanique fort (différence $\sigma_i - \sigma_\infty$ grande) et seuil de plasticité bas (cohésion faible). La chute instantanée de pression interstitielle en zone plastique existe même pour le cas d'un du critère de Tresca (déformation volumique plastique ε_v^p nulle) car celle-ci est reliée, en plus de ε_v^p , à la contrainte moyenne (cf. (3.14)) qui varie dans la zone plastique.

Il est à noter qu'à $t = 0^+$, la continuité du flux hydraulique n'est pas respectée à la frontière zone plastique - zone élastique.

III-4.3 Réponse sous régime hydraulique permanent (paroi drainante).

Lorsque la vitesse du chargement mécanique est négligeable devant celle de la diffusion hydraulique (creusement de tunnel dans un terrain très perméable, par exemple), on peut supposer que le régime hydraulique permanent est déjà établi quand le chargement mécanique est appliqué. C'est-à-dire qu'il y a découplage entre la mécanique et l'hydraulique. Dans ce cas, la pression interstitielle dans le massif vérifie l'équation de Laplace (3.16).

Nous choisissons de prendre comme condition à la limite hydraulique en paroi : $p(R_i) = 0$ (tunnel sec). Dans ce cas, vu la géométrie de notre problème, la solution de l'équation (3.16) s'écrit :

$$p(r) = p_\infty \frac{\text{Log}(r/R_i)}{\text{Log}(R_e/R_i)} \quad (3.27)$$

On introduit alors dans la première équation de la loi de comportement (3.9) cette forme particulière du champ de pression interstitielle $p(r)$. Le rôle joué par $p(r)$ est alors analogue à celui d'une force volumique. La solution analytique de ce type de problème est classique. Nous n'en exposerons pas les détails ici. Cependant, on peut consulter les solutions analytiques présentées dans les paragraphes III-4.5 et III-4.6 tenant compte d'un champ de pression variant dans le temps et l'espace, et appliquer ces solutions au champ de pression particulier étudié ici. Nous donnons néanmoins les solutions en contraintes et déplacement relatives à la réponse mécanique sous chargement hydraulique permanent (avec $R_e \gg R_i$).

Ici, lorsque σ_i décrit l'intervalle $[\sigma_\infty, 0]$, $\sigma_{ic} = \sigma_\infty + C + \frac{b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} p_\infty$ représente la contrainte critique à partir de laquelle des déformations plastiques apparaissent en paroi.

- Si $\sigma_\infty \leq \sigma_i \leq \sigma_{ic}$, alors tout le massif reste élastique

$$\begin{aligned}
 \sigma_r &= \sigma_\infty + (\sigma_i - \sigma_\infty)(R_i/r)^2 - \frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} \frac{G(r)}{r^2} \\
 \sigma_\theta &= \sigma_\infty - (\sigma_i - \sigma_\infty)(R_i/r)^2 - \frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} (p(r) - p_\infty - \frac{G(r)}{r^2}) \\
 \sigma_z &= \sigma_\infty - \frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} (p(r) - p_\infty) \\
 \frac{u}{r} &= -\frac{1}{2\mu} (\sigma_i - \sigma_\infty) + \frac{b}{\lambda_0 + 2\mu} \frac{G(r)}{r^2}
 \end{aligned} \tag{3.28}$$

où $G(r)$ est la fonction définie par : $G(r) = \int_{R_i}^r r' (p(r') - p_\infty) dr'$ (3.29)

- Si $\sigma_i > \sigma_{ic}$, alors apparaît une zone plastique de rayon y défini comme solution de l'équation :

$$\sigma_i - \sigma_\infty - C - 2C \text{Log}(y/R_i) + \frac{b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} (p(y) - p_\infty) = 0 \tag{3.30}$$

en zone plastique. $R_i \leq r \leq y$

$$\begin{aligned}
 \sigma_r &= \sigma_i - 2C \text{Log}(r/R_i) \\
 \sigma_\theta &= \sigma_i - 2C(1 + \text{Log}(r/R_i)) \\
 \sigma_z &= \sigma_\infty + \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + \mu} \left[\sigma_i - \sigma_\infty - 2C \left(\frac{1}{2} + \text{Log}(r/R_i) \right) \right] - \frac{b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} (p(r) - p_\infty) \\
 \frac{u}{r} &= \frac{1}{2(\lambda_0 + \mu)} \left[\sigma_i - \sigma_\infty - 2C \text{Log}(y/R_i) - 2b \frac{G(y) - G(r)}{r^2} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{\lambda_0 + 2\mu}{\mu} C(y/r)^2 + b(p(y) - p_\infty)(y/r)^2 \right]
 \end{aligned} \tag{3.31}$$

en zone élastique. $y \leq r \leq R_e$ avec $R_e \gg R_i$

$$\begin{aligned}
 \sigma_r &= \sigma_\infty + C(y/r)^2 - \frac{b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} (y/r)^2 (p(y) - p_\infty) + \frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} \frac{G(y) - G(r)}{r^2} \\
 \sigma_\theta &= \sigma_\infty - C(y/r)^2 + \frac{b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} (y/r)^2 (p(y) - p_\infty) - \frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} \left[p(r) - p_\infty + \frac{G(y) - G(r)}{r^2} \right] \\
 \sigma_z &= \sigma_\infty - \frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} (p(r) - p_\infty) \\
 \frac{u}{r} &= -\frac{C}{2\mu} (y/r)^2 + \frac{b}{2(\lambda_0 + 2\mu)} (y/r)^2 (p(y) - p_\infty) - \frac{b}{\lambda_0 + 2\mu} \frac{G(y) - G(r)}{r^2}
 \end{aligned} \tag{3.32}$$

où $G(r)$ est définie par la même relation (3.29).

En considérant, là aussi, les mêmes données que celles utilisées pour l'étude numérique 1D (cf. III-3.2), nous montrons les graphes relatifs à la réponse mécanique sous régime hydraulique permanent (figure III.16) avec $\sigma_i = -1 \text{ MPa}$ (sachant que σ_{ic} vaut $-2,07 \text{ MPa}$).

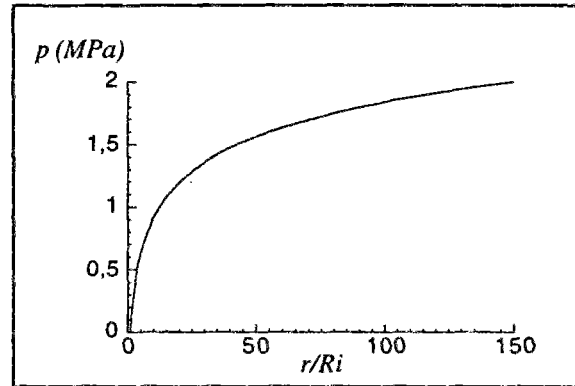


Figure III.15 : champ de pression interstitielle en régime hydraulique permanent.

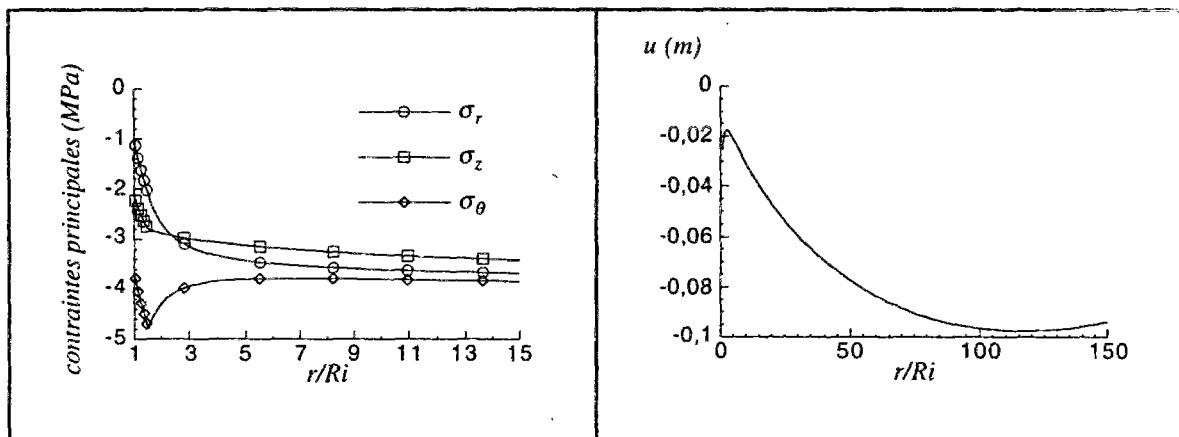


Figure III.16 : réponse en contraintes principales totales et déplacement sous régime hydraulique permanent.

Le rayon plastique est tel que $y/R_i = 1,57$.

On remarque que dans la zone élastique, la contrainte totale moyenne n'est pas constante mais dépend de la pression interstitielle. Le champ de déplacement n'est pas monotone et atteint son maximum (en valeur absolue) à l'intérieur du massif dans la zone élastique, loin de la paroi. Cependant, à l'infini on a bien $u = 0$.

Remarque :

Le cas où la paroi du tunnel est imperméable n'a pas été étudié car le régime hydraulique permanent correspond dans ce cas à $p(r) = p_\infty$ dans tout le massif. La pression interstitielle ne joue aucun rôle et le problème est strictement identique à un problème monophasique (avec coefficients

drainés). Les solutions analytiques de ce problème se déduisent des relations (3.28), (3.31) et (3.32) en supprimant tous les termes relatifs à la pression interstitielle.

III-4.4 Remarques sur les solutions particulières.

On entend par solutions particulières celles citées dans les deux paragraphes précédents : la réponse hydro-mécanique instantanée sous chargement mécanique et la réponse mécanique sous régime hydraulique permanent.

- Essayons dans un premier temps de les confronter aux résultats numériques exposés au paragraphe III-3.2 (tableau III.1)

		valeur numérique U_i (%)	valeur analytique U_i (%)
Char1a	$t = 0^+$	6,14	6,23
	$t = \infty$	6,44	5,53
Char1b	$t = 0^+$	0	0
	$t = \infty$	6,02	5,53
Char2a	$t = 0^+$	1,38	1,38
	$t = \infty$	1,44	1,64
Char2b	$t = 0^+$	0	0
	$t = \infty$	1,44	1,64

Tableau III.1 : comparaisons entre résultats numériques (E.F.) et analytiques estimés.

U_i désigne la convergence en paroi du tunnel : $U_i = -u(R_i)/R_i$.

A $t = 0^+$, pour les chargements char1a et char2a (voir figures III.3a et III.4a) qui présentent des discontinuités de chargement à $t = 0^+$, les valeurs numérique et analytique (relations (3.25)) concordent bien, confirmant ainsi que la réponse instantanée est indépendante des conditions aux limites hydrauliques.

Par contre, lorsque le régime hydraulique permanent est atteint, de nettes différences entre les valeurs numérique et analytique sont observées. La différence maximale concerne char1a, et ce n'est pas par hasard!. Ces différences ne sont pas dues, pour l'essentiel, aux erreurs de résolution numérique, mais rendent compte de l'influence de l'histoire du chargement mécanique, comme on le montrera plus en détail dans le paragraphe III-6. Dans le cas non drainé, pour les chargements char2a et char2b (voir figures III.3b et III.4b), les différences sont minimales parallèlement à la relative non influence de l'histoire du chargement sur l'équilibre final du tunnel (cf. III-3.2e).

- Pour un même jeu de données et pour une contrainte en paroi σ_i identique, on note y_{0+} et y_{RP} les rayons des zones plastiques (lorsque celles-ci existent) relatifs respectivement à la réponse instantanée et à la réponse sous régime hydraulique permanent. Les relations (3.24) et (3.30) permettent de les calculer. On en déduit :

$$y_{RP} = y_{0+} \exp \left[\frac{b\mu}{2(\lambda_0 + 2\mu)} (p(y_{RP}) - p_\infty) \right]$$

comme $p(y_{RP}) \leq p_\infty$ dans tous les cas, on a alors : $y_{RP} \leq y_{0+}$.

En gardant les mêmes notations pour les convergences en paroi, on constate qu'on a de même : $U_i^{RP} \leq U_i^{0+}$ pour plusieurs jeux de données et de chargements identiques.

Nous rappelons que ces résultats sont relatifs au critère de Tresca.

- L'une des remarques les plus importantes que l'on puisse faire à ce stade de l'étude analytique est que les contraintes critiques (valeurs de σ_i à partir desquelles il y a apparition d'une zone plastique entourant l'excavation) sont différentes selon la réponse instantanée (notée σ_{i0}) ou la réponse sous régime hydraulique permanent (notée σ_{ic}). Les expressions de σ_{i0} et σ_{ic} sont données en III-4.1 et III-4.2. On en déduit que s'il y a présence d'eau dans le massif ($p_\infty > 0$), alors $\sigma_{ic} > \sigma_{i0}$. Autrement dit, en choisissant une valeur de σ_i comprise entre σ_{i0} et σ_{ic} on aura apparition d'une zone plastique pour une réponse instantanée, alors que le massif entier restera élastique pour une réponse mécanique sous régime hydraulique permanent obtenue après un déconfinement très lent.

III-5 RÉPONSE TRANSITOIRE AU CREUSEMENT D'UN TUNNEL 1D EN MILIEU PORO-ÉLASTIQUE LINÉAIRE.

Le problème du tunnel 1D creusé en milieu poro-élastique a déjà été résolu de manière semi-analytique sous chargement anisotrope par Detournay et Cheng (1988). Nous proposons cependant un détail de la solution semi-analytique sous chargement isotrope en considérant dans un premier temps l'ensemble tunnel - massif comme un cylindre creux de rayon interne R_i et de rayon externe R_e fini, puis on fera tendre R_e vers l'infini pour aboutir à la solution "tunnel".

Avec les hypothèses du tunnel 1D cylindrique (cf. III-3.2a et III-4.1) en déformation plane sous chargement isotrope, les tenseurs de contrainte et de déformation totales s'écrivent :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} \sigma_r & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\theta & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{pmatrix} \varepsilon_r & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

La définition de $\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1}{2}(\underline{\underline{grad}} u + {}^t \underline{\underline{grad}} u)$ en transformation infinitésimale nous donne :

$$\varepsilon_r = \partial_r u \quad \varepsilon_\theta = u/r \quad (3.34)$$

L'équation d'équilibre en géométrie cylindrique 1D s'écrit :

$$\sigma_\theta = \sigma_r + r \partial_r \sigma_r \quad (3.35)$$

Compte tenu de (3.34), l'équation de diffusion généralisée (3.8) s'écrit :

$$k \Delta p = \frac{1}{M} \partial_t p + \frac{b}{r} \partial_r (r \partial_t u) \quad (3.36)$$

III-5.1 Résolution des champs de contraintes et déplacement en poro-élasticité.

On résout d'abord les contraintes principales (σ_r , σ_θ et σ_z) et le déplacement radial (u) en supposant la pression interstitielle (p) donnée, à l'aide de la première équation de la loi de comportement (3.3) et des relations (3.34) et (3.35).

La projection de la première équation de la loi de comportement poro-élastique (3.3) suivant les trois axes radial, orthoradial et transversal donne :

$$\sigma_r - \sigma_\infty = \lambda_0 (\partial_r u + u/r) + 2\mu \partial_r u - b(p - p_\infty) \quad (3.37a)$$

$$\sigma_\theta - \sigma_\infty = \lambda_0 (\partial_r u + u/r) + 2\mu u/r - b(p - p_\infty) \quad (3.37b)$$

$$\sigma_z - \sigma_\infty = \lambda_0 (\partial_r u + u/r) - b(p - p_\infty) \quad (3.37c)$$

En combinant (3.37a) et (3.37b) et tenant compte de la relation d'équilibre (3.35) puis en intégrant par rapport à la variable d'espace, on obtient les deux relations suivantes :

$$\frac{u}{r} + \frac{1}{2\mu} \sigma_r = C_1(t) \quad (3.38a)$$

$$\sigma_r - \sigma_\infty - 2(\lambda_0 + \mu) \frac{u}{r} + 2b \frac{G(r,t)}{r^2} = \frac{C_2(t)}{r^2} \quad (3.38b)$$

Où C_1 et C_2 désignent deux constantes d'intégration dépendant uniquement du temps. $G(r,t)$ représente la fonction définie par :

$$G(r,t) = \int_{R_i}^r r' (p(r',t) - p_\infty) dr' \quad (3.39)$$

Le premier membre de la relation (3.38a) est égal à celui pris en $r = R_e$. On utilise la condition à la limite (3.20) prise en $r = R_e$:

$$\frac{u}{r} - \frac{u_e}{R_e} + \frac{1}{2\mu}(\sigma_r - \sigma_\infty) = 0 \quad (3.40a)$$

où on a posé $u_e = u(R_e, t)$.

En procédant de même avec (3.38b), on obtient :

$$\sigma_r - \sigma_\infty - 2(\lambda_0 + \mu) \left[\frac{u}{r} - \frac{u_e}{R_e} \left(\frac{R_e}{r} \right)^2 \right] + 2b \frac{G(r, t) - G(R_e, t)}{r^2} = 0 \quad (3.40b)$$

ce qui donne, par élimination de u/r dans les deux dernières relations :

$$\sigma_r - \sigma_\infty - \frac{2\mu(\lambda_0 + \mu)}{\lambda_0 + 2\mu} \left(1 - \left(\frac{R_e}{r} \right)^2 \right) \frac{u_e}{R_e} + \frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} \frac{G(r, t) - G(R_e, t)}{r^2} = 0 \quad (3.41a)$$

puis en remplaçant dans (3.40b) :

$$\frac{u}{r} - \frac{1}{\lambda_0 + 2\mu} \left[\mu + (\lambda_0 + \mu)(R_e/r)^2 \right] \frac{u_e}{R_e} - \frac{b}{\lambda_0 + 2\mu} \frac{G(r, t) - G(R_e, t)}{r^2} = 0 \quad (3.41b)$$

en prenant $r = R_i$ dans (3.41a) et tenant compte de la condition à la limite en paroi (3.20) on obtient :

$$\frac{u_e}{R_e} = \frac{1}{1 - (R_e/R_i)^2} \left[\frac{\lambda_0 + 2\mu}{2\mu(\lambda_0 + \mu)} (\sigma_i - \sigma_\infty) + \frac{b}{\lambda_0 + \mu} \frac{G(R_i, t) - G(R_e, t)}{R_i^2} \right] \quad (3.42)$$

Par définition (voir (3.39)), on a : $G(R_i, t) = 0$ à chaque instant. (3.43)

A ce moment, si on considère le massif infini : $R_e \gg R_i$ ($R_e \rightarrow \infty$), il faut poser $u_e/R_e = 0$ à chaque instant. Dans ce cas, la relation (3.42) nous donne :

$$\frac{G(R_e, t)}{R_e^2} = 0 \text{ à chaque instant.} \quad (3.44)$$

Tenant compte de (3.42) et (3.44), en reprenant les relations (3.41a) et (3.41b) et en utilisant la relation d'équilibre (3.35), on déduit les solutions (pour le massif infini) :

$$\begin{aligned} \sigma_r(r,t) &= \sigma_\infty + (\sigma_i(t) - \sigma_\infty)(R_i/r)^2 - \frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} \frac{G(r,t)}{r^2} & (3.45a) \\ \sigma_\theta(r,t) &= \sigma_\infty - (\sigma_i(t) - \sigma_\infty)(R_i/r)^2 - \frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} \left(p(r,t) - p_\infty - \frac{G(r,t)}{r^2} \right) & (3.45b) \\ \sigma_z(r,t) &= \sigma_\infty - \frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} (p(r,t) - p_\infty) & (3.45c) \\ \frac{u}{r}(r,t) &= -\frac{l}{2\mu} (\sigma_i(t) - \sigma_\infty)(R_i/r)^2 + \frac{b}{\lambda_0 + 2\mu} \frac{G(r,t)}{r^2} & (3.45d) \end{aligned}$$

Remarques :

- la contrainte moyenne $\sigma = Tr(\underline{\underline{\sigma}})/3$ n'est pas constante contrairement au cas élastique monophasique.
- compte tenu de (3.43), la convergence en paroi s'écrit :

$$U_i = -\frac{u(R_i,t)}{R_i} = \frac{l}{2\mu} (\sigma_i(t) - \sigma_\infty)$$

Donc celle-ci est indépendante de la pression interstitielle.

Si $\sigma_i(t)$ reste constante au cours du temps, alors la convergence en paroi le reste aussi, indépendamment de la diffusion hydraulique. Un résultat analogue a été relevé en thermo-élasticité (Wong 1994).

Il est à noter que pour établir toutes les relations présentes dans ce paragraphe on n'a pas fait appel aux conditions aux limites hydrauliques. Celles-ci ne peuvent intervenir que par l'intermédiaire de la valeur de la pression interstitielle p inconnue jusqu'alors.

III-5.2 Ecriture de l'équation de diffusion en poro-élasticité.

En tenant compte de la relation (3.45d) dans l'équation de diffusion (3.36), on obtient l'équation de diffusion classique en poro-élasticité linéaire :

$$\Delta p = \frac{l}{\alpha} \partial_t p \quad (3.46)$$

où le coefficient α est appelé diffusivité hydraulique et défini par : $\alpha = k M \frac{\lambda_0 + 2\mu}{\lambda + 2\mu}$

Finalement, le couplage hydro-mécanique est, dans le cas de la poro-élasticité linéaire, moins fort qu'on ne l'aurait pensé. En effet, la résolution de la pression interstitielle est indépendante du

chargement mécanique, cependant la diffusivité hydraulique fait intervenir les caractéristiques mécaniques du massif.

En conclusion, les relations (3.45a) à (3.45d) et l'équation (3.46) alliée aux conditions aux limites hydrauliques permettent de résoudre entièrement le problème du tunnel 1D creusé en milieu poro-élastique linéaire sous chargement isotrope.

On peut réécrire l'équation (3.46) sous forme adimensionnelle :

$$\Delta^* p^* = \partial_{t^*} p^* \quad (3.47)$$

où p^* et t^* sont des variables adimensionnelles définies par :

$$p^* = (p - p_\infty) / p_\infty \text{ et } t^* = t / \tau$$

avec $\tau = R_i^2 / \alpha$ qui a la dimension d'un temps et est considéré comme le temps caractéristique de diffusion hydraulique.

Δ^* désigne l'opérateur laplacien "réduit" défini en géométrie cylindrique 1D par :

$$\Delta^* \equiv \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial}{\partial r^*} \right)$$

où r^* est une variable adimensionnelle : $r^* = r / R_i$.

Il existe plusieurs méthodes de résolution de l'équation de diffusion. Un bon inventaire des différentes méthodes analytiques ou numériques connues se trouve dans l'ouvrage de Carslaw et Jaeger (1960).

Comme indiqué dans III-3.2c, les conditions aux limites hydrauliques dont on tiendra compte ne concernent que la paroi du tunnel et sont de deux types : paroi imperméable (flux nul) ou paroi drainante, c'est-à-dire qu'une pression interstitielle p_i (inférieure à p_∞) est fixée en paroi et constante au cours du temps (si le tunnel est sec, $p_i = 0$).

Pour ces deux cas, on considère que très loin de la paroi la pression n'est pas perturbée :

$$p(r \rightarrow \infty, t) = p_\infty.$$

Si la paroi est imperméable, l'unique solution à l'équation (3.46) est $p = p_\infty$ en tout point du massif et à chaque instant.

Cette solution n'étant pas d'un grand intérêt pour nous, pour la suite de ce paragraphe III-5 nous nous proposons de résoudre (3.46) seulement dans le cas où la paroi est drainante.

Il existe une solution analytique à ce problème (Carslaw et Jaeger 1960) définie par :

$$\frac{p(r,t) - p_{\infty}}{p_i - p_{\infty}} = 1 + \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \exp(-u^2 \alpha t) \frac{I(u,r)}{u} du \quad (3.48)$$

$$\text{où } I(u,r) = \frac{J_0(ur)Y_0(uR_i) - J_0(uR_i)Y_0(ur)}{Y_0^2(uR_i) + J_0^2(uR_i)}$$

J_0 et Y_0 désignent les fonctions de Bessel de première espèce d'ordre 0.

Cette solution (3.48) n'admet pas d'expression plus simple en dehors des développements limités valables seulement sur certains intervalles d'espace ou de temps. Elle est lourde à manier et pose quelques problèmes de stabilité numérique à cause des bornes d'intégration. Pour notre part, nous avons opté pour une solution semi-analytique de l'équation (3.46) développée ci-dessous qui nous a donné entière satisfaction.

III-5.3 Résolution semi-analytique de l'équation de diffusion.

Le problème à résoudre s'écrit (avec paroi drainante) :

$$\begin{cases} \Delta \delta p = \frac{I}{\alpha} \partial_t \delta p \\ \delta p(r, t = 0) = 0 \\ \delta p(r = R_i, t > 0) = p_i - p_{\infty} \\ \delta p(r \rightarrow \infty, t) = 0 \end{cases} \quad (3.49)$$

où on a posé $\delta p(r, t) = p(r, t) - p_{\infty}$.

En appliquant la transformée de Laplace réelle à ce problème d'évolution, nous obtenons :

$$\Delta \overline{\delta p} = \frac{s}{\alpha} \overline{\delta p} \quad (3.50a)$$

$$\overline{\delta p}(r = R_i, s) = \frac{p_i - p_{\infty}}{s} \quad (3.50b)$$

$$\overline{\delta p}(r \rightarrow \infty, s) = 0 \quad (3.50c)$$

où $\overline{\delta p}(r, s) = \int_0^{\infty} e^{-st} \delta p(r, t) dt$ désigne la transformée de Laplace réelle de $\delta p(r, t)$.

La solution générale de l'équation différentielle (3.50a) est classique et s'écrit :

$$\overline{\delta p}(r, s) = A I_0(qr) + B K_0(qr)$$

où $q = \sqrt{s/\alpha}$. A et B désignent deux constantes d'intégration qui dépendent seulement de s .

I_0 et K_0 sont les fonctions de Bessel de deuxième espèce d'ordre 0.

Tenant compte des conditions aux limites (3.50b) et (3.50c) et du fait que $I_0(x)$ et $K_0(x)$ tendent respectivement vers $+\infty$ et 0 lorsque x tend vers $+\infty$, on en déduit l'expression finale de la solution $\overline{\delta p}$:

$$\overline{\delta p}(r, s) = \frac{p_i - p_\infty}{s} \frac{K_0(qr)}{K_0(qR_i)} \quad (3.51)$$

L'inversion directe de cette transformée de Laplace aboutit à la solution analytique mentionnée en (3.48). Cependant il existe un algorithme, dit de Stehfest (1970), qui est très performant pour l'inversion numérique d'une transformée de Laplace réelle.

Cet algorithme approxime la fonction réelle $\delta p(r, t)$, pour tout $t > 0$, à partir de sa transformée de Laplace $\overline{\delta p}(r, s)$ par :

$$\delta p(r, t) = \frac{\text{Log} 2}{t} \sum_{n=1}^N c_n \overline{\delta p}\left(r, n \frac{\text{Log} 2}{t}\right) \quad (3.52)$$

$$\text{avec } c_n = (-1)^{n+N/2} \sum_{k=E\left(\frac{n+1}{2}\right)}^{\text{Min}(n, N/2)} \frac{k^{N/2} (2k)!}{(N/2 - k)! k! (k-1)! (n-k)! (2k-n)!}$$

où $k!$ désigne la factorielle de l'entier naturel k ;

$E(x)$ désigne la partie entière de x ;

$\text{Min}(a, b)$ le minimum de a et b .

N est un nombre entier *pair* fixé par l'utilisateur, généralement compris entre 10 et 20.

Cet algorithme, rapide et très simple à programmer, est valable pour toutes les fonctions réelles régulières pour $t > 0$. Il a été testé en même temps que d'autres algorithmes par Davis et Martin (1979) qui ont conclu à sa fiabilité.

L'algorithme de Stehfest nous fournit donc, de manière simple, la solution $\delta p(r, t)$ qui sera insérée dans les relations (3.39) et (3.45a) à (3.45d) pour établir la solution semi-analytique du problème du tunnel 1D en milieu poro-élastique linéaire.

Les figures III.17 à III.21 ont été obtenues en programmant la solution semi-analytique relative au cas où la paroi est drainante avec $p_i = 0$.

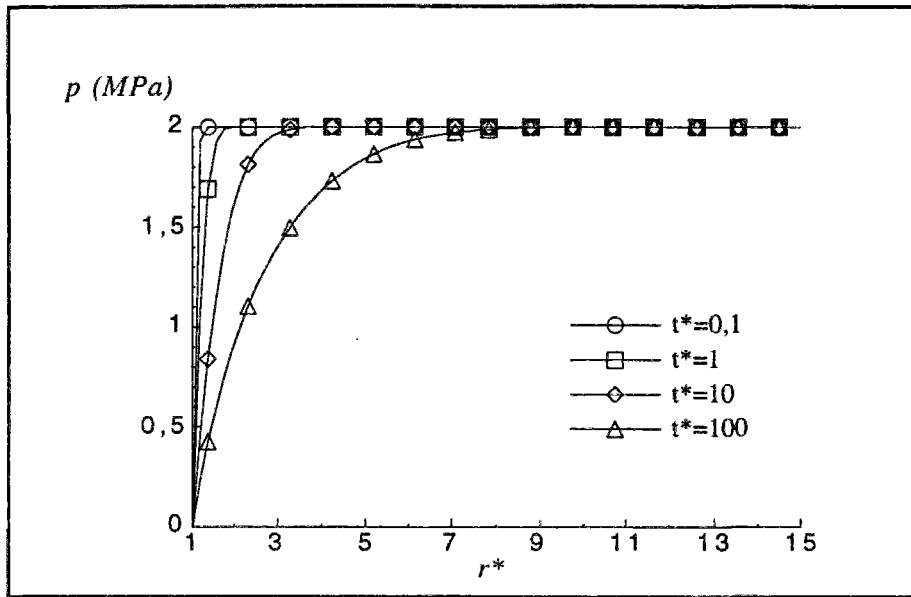


Figure III.17 : évolution du champ de pression interstitielle. Massif poro-élastique.

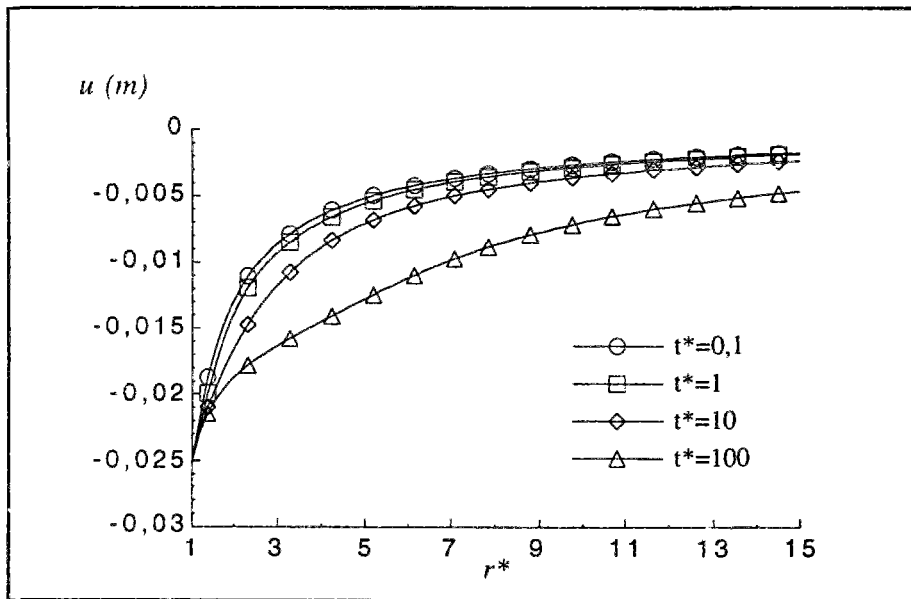


Figure III.18 : évolution du champ des déplacements. Massif poro-élastique.

Les figures III.17 et III.18 montrent la distribution des champs de pression interstitielle et de déplacement dans le massif au cours du temps. Les données sont celles mentionnées au paragraphe III-3.2a. De plus, on a considéré un chargement mécanique fixe : $\sigma_i(t) = 0$ pour tout $t > 0$.

Les figures III.19 à III.21 montrent l'évolution de la pression interstitielle, du déplacement et du déviateur de contraintes ($\sigma_r - \sigma_\theta$) en différents points du massif.

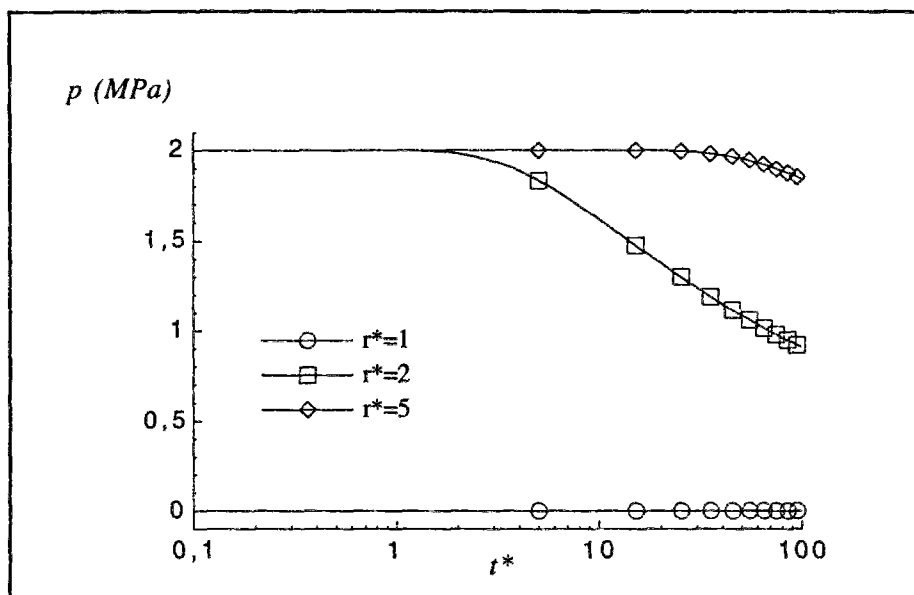


Figure III.19 : évolution de la pression interstitielle en différents points du massif poro-élastique.

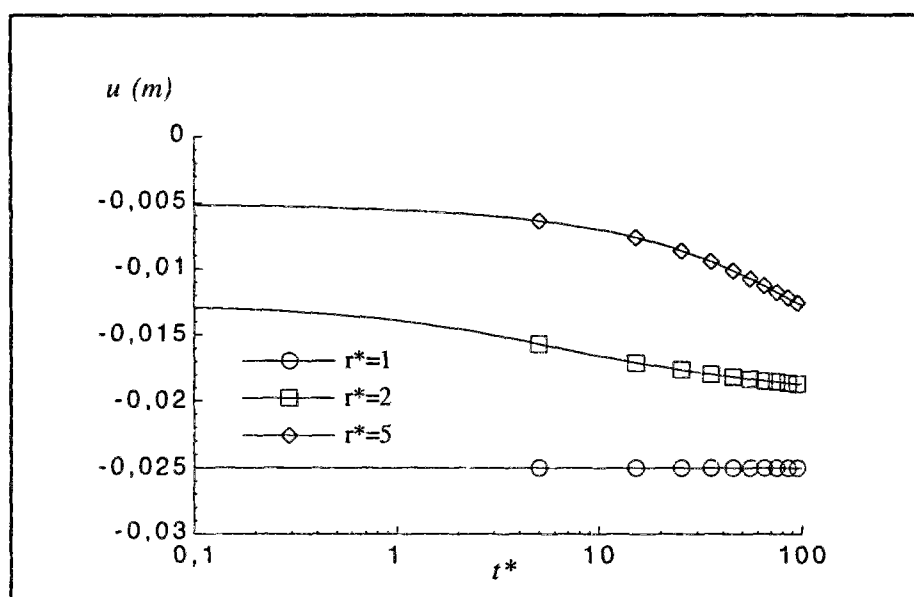


Figure III.20 : évolution des déplacements en différents points du massif poro-élastique.

La solution semi-analytique du problème (3.49) donne entière satisfaction cependant on ne peut l'utiliser pour démontrer certaines propriétés valables dans le cas général (monotonie, étude des variations, ...) et qui nous serviront par la suite. Pour cela nous avons utilisé une *solution approchée* ayant une forme analytique simple. Celle-ci est inspirée des travaux de Chan et Hughes (1993) sur la diffusion des gaz dans les massifs poreux. En reprenant les notations r^* et t^* définies à partir de la relation (3.47), on pose : $\xi = (r^* - 1) / \sqrt{t^*}$ pour $t^* > 0$.

La solution approchée δp dépend seulement de ξ et s'écrit :

$$\delta p = (p_i - p_\infty) \exp(-m_1 \xi - m_2 \xi^2) \text{ où } m_1 = 1,25 \text{ et } m_2 = 0,13.$$

En annexe A3, nous montrons à partir de cette dernière relation des propriétés qu'on supposera vraies pour les solutions générales des problèmes (3.49) et (3.73) dans le cas où la paroi est drainante.

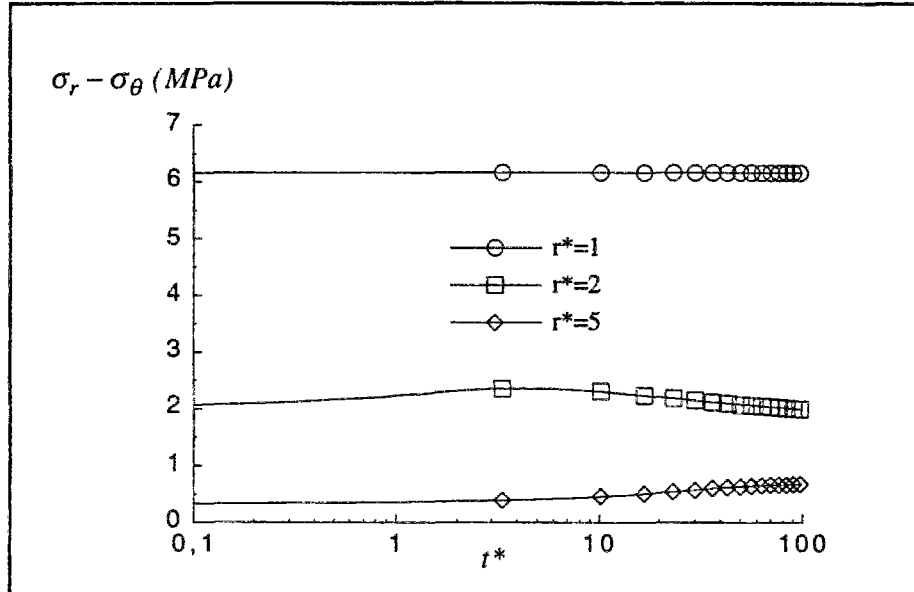


Figure III.21 : évolution du déviateur des contraintes en différents points du massif poro-élastique.

III-6 RÉPONSE TRANSITOIRE AU CREUSEMENT D'UN TUNNEL 1D DANS UN MASSIF PORO-PLASTIQUE PARFAIT.

Nous considérons ici que le massif admet un comportement poro-élasto-plastique parfait satisfaisant au critère de Tresca. Les hypothèses du tunnel 1D cylindrique en conditions de déformation plane et sous chargement isotrope (cf. III-3.2a et III-4.1) sont toujours valables.

Les relations (3.33) et (3.34) définissant les tenseurs de contrainte et de déformation totales ainsi que la relation d'équilibre (3.35) restent inchangées.

Du fait que le massif satisfait au critère plastique de Tresca (matériau plastiquement incompressible) et compte tenu des hypothèses du problème, le tenseur des déformations plastiques s'écrit :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^p = \begin{pmatrix} \varepsilon^p & 0 & 0 \\ 0 & -\varepsilon^p & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.53)$$

L'équation de diffusion généralisée en poro-plasticité (3.13) se simplifie (cf. remarques du III-2.3a) en la relation (3.8) qui, de même qu'en poro-élasticité se transforme en :

$$k \Delta p = \frac{I}{M} \partial_t p + \frac{b}{r} \partial_r (r \partial_t u) \quad (3.54)$$

III-6.1 Calculs préliminaires.

La projection de la première équation de la loi de comportement (3.9) suivant les trois axes radial, orthoradial et transversal donne :

$$\sigma_r - \sigma_\infty = \lambda_0 \left(\partial_r u + \frac{u}{r} \right) + 2\mu \left(\partial_r u - \varepsilon^p \right) - b(p - p_\infty) \quad (3.55a)$$

$$\sigma_\theta - \sigma_\infty = \lambda_0 \left(\partial_r u + \frac{u}{r} \right) + 2\mu \left(\frac{u}{r} + \varepsilon^p \right) - b(p - p_\infty) \quad (3.55b)$$

$$\sigma_z - \sigma_\infty = \lambda_0 \left(\partial_r u + \frac{u}{r} \right) - b(p - p_\infty) \quad (3.55c)$$

On peut exprimer la contrainte intermédiaire σ_z en fonction des contraintes principales majeure et mineure :

$$\sigma_z - \sigma_\infty = \frac{\lambda_0}{2(\lambda_0 + \mu)} (\sigma_r + \sigma_\theta - 2\sigma_\infty) - \frac{b\mu}{\lambda_0 + \mu} (p - p_\infty) \quad (3.55d)$$

Tenant compte de la relation d'équilibre (3.35), la somme de (3.55a) et (3.55b) donne, après intégration par rapport à la variable d'espace :

$$\sigma_r - \sigma_\infty = 2(\lambda_0 + \mu) \frac{u}{r} - 2b \frac{G(r,t)}{r^2} + \frac{A(t)}{r^2} \quad (3.56)$$

où la fonction $G(r,t)$ est toujours définie par la relation (3.39) et $A(t)$ représente une constante d'intégration ne dépendant que du temps.

Tandis que la différence entre (3.55a) et (3.55b) donne :

$$\varepsilon^p = \frac{1}{2} r \partial_r \left(\frac{u}{r} + \frac{1}{2\mu} \sigma_r \right) \quad (3.57)$$

En éliminant u/r entre les deux relations précédentes, on obtient :

$$\boxed{\varepsilon^p = \frac{1}{4(\lambda_0 + \mu)} \frac{1}{r} \partial_r \left[\frac{\lambda_0 + 2\mu}{\mu} \sigma_r + 2b \frac{G(r,t)}{r^2} - \frac{A(t)}{r^2} \right]} \quad (3.58a)$$

en dérivant par rapport au temps :

$$\partial_t \varepsilon^p = \frac{1}{4(\lambda_0 + \mu)} \frac{1}{r} \partial_r \left[\frac{\lambda_0 + 2\mu}{\mu} \partial_t \sigma_r + 2b \frac{\partial_t G(r, t)}{r^2} - \frac{\dot{A}(t)}{r^2} \right] \quad (3.58b)$$

où $\dot{A}(t) = dA(t)/dt$.

En développant la dérivée spatiale contenue dans (3.58a) et (3.58b) et tenant compte de la relation (3.39) définissant $G(r, t)$, on obtient :

$$\varepsilon^p = \frac{1}{2(\lambda_0 + \mu)} \left[\frac{\lambda_0 + 2\mu}{2\mu} r \partial_r \sigma_r + b(p - p_\infty) - 2b \frac{G(r, t)}{r^2} + \frac{A(t)}{r^2} \right] \quad (3.59a)$$

$$\partial_t \varepsilon^p = \frac{1}{2(\lambda_0 + \mu)} \left[\frac{\lambda_0 + 2\mu}{2\mu} r \partial_{rt} \sigma_r + b \partial_t p - 2b \frac{\partial_t G(r, t)}{r^2} + \frac{\dot{A}(t)}{r^2} \right] \quad (3.59b)$$

Il est important de noter que toutes les relations établies dans ce paragraphe III-6.1 sont valables en tout point du massif et à chaque instant.

III-6.2 Cas où il n'y a pas de décharges élastiques.

Nous supposons dans un premier temps que le seuil de plasticité est atteint et que dans tout le massif on n'est en présence que de deux zones : plastique ($R_i \leq r \leq y$) et élastique ($r \geq y$). y désigne le rayon de la zone plastique (ZP) qui dépend, *a priori*, du temps. Nous déterminerons, *a posteriori*, le domaine de validité de ces hypothèses.

La fonction de charge relative au critère de Tresca s'écrit invariablement en fonction des contraintes totales ou des contraintes effectives plastiques. Lorsque le critère est atteint, on a :

$$F = (\sigma_r + \beta p) - (\sigma_\theta + \beta p) - 2C = \sigma_r - \sigma_\theta - 2C = 0$$

III-6.2a Résolution des champs de contraintes et déplacement.

De même qu'en poro-élasticité, on choisit de résoudre les contraintes totales principales σ_r , σ_θ et σ_z ainsi que le déplacement u en fonction de la pression interstitielle p puis on résoudra celle-ci à partir de l'équation de diffusion (3.54).

Zone élastique (ZE) : $y \leq r \leq R_e$

cette zone est caractérisée par :

$$\varepsilon^p = 0 \text{ à chaque instant } t \quad (3.60a)$$

$$F = 0 \text{ en } r = y \quad (3.60b)$$

$$\sigma_r(R_e, t) = \sigma_\infty \text{ à chaque instant } t \quad (3.60c)$$

A l'aide des conditions (3.56), (3.57), (3.60a) et (3.60c) on retrouve les relations (3.40a) à (3.41b) de la poro-élasticité qui sont donc valables ici. De la relation (3.41a) on déduit :

$$r \partial_r \sigma_r = \frac{4\mu}{\lambda_0 + 2\mu} \frac{u_e}{R_e} \left(\frac{R_e}{r} \right)^2 - 2b \frac{\mu}{\lambda_0 + 2\mu} \left(p(r, t) - p_\infty - 2 \frac{G(r, t) - G(R_e, t)}{r^2} \right) \quad (3.61a)$$

A partir de la condition (3.60b) et de la relation d'équilibre (3.35), on obtient :

$$(r \partial_r \sigma_r)_{r=y} = -2C \quad (3.61b)$$

ces deux dernières relations permettent de déterminer u_e en fonction de y :

$$\frac{u_e}{R_e} = \left[-\frac{\lambda_0 + 2\mu}{2\mu(\lambda_0 + \mu)} C + \frac{b}{2(\lambda_0 + \mu)} \left(p(y, t) - p_\infty - 2 \frac{G(y, t) - G(R_e, t)}{y^2} \right) \right] \left(\frac{y}{R_e} \right)^2 \quad (3.62)$$

On considère le massif infini ($R_e \gg R_i$, $R_e \rightarrow \infty$). Sachant que si le seuil de plasticité est non nul ($C \neq 0$) alors le rayon plastique y reste fini (vérifié ultérieurement) et on peut donc poser $u_e / R_e \rightarrow 0$. Dans ce cas, la relation (3.62) montre que : $\frac{G(R_e, t)}{R_e} \rightarrow 0$ à chaque instant.

Des relations précédentes, comme en poro-élasticité, on déduit les solutions en contraintes totales et déplacement en zone élastique ($r \geq y$) :

$\sigma_r(r, t) - \sigma_\infty = \left(C - \frac{b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} (p(y, t) - p_\infty) \right) \left(\frac{y}{r} \right)^2 + \frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} \frac{G(y, t) - G(r, t)}{r^2} \quad (3.63a)$	
$\sigma_\theta(r, t) - \sigma_\infty = \left(-C + \frac{b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} (p(y, t) - p_\infty) \right) \left(\frac{y}{r} \right)^2 - \frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} (p(r, t) - p_\infty + \frac{G(y, t) - G(r, t)}{r^2}) \quad (3.63b)$	
$\sigma_z(r, t) - \sigma_\infty = -\frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} (p(r, t) - p_\infty) \quad (3.63c)$	
$\frac{u}{r}(r, t) = \left(-\frac{C}{2\mu} + \frac{b}{2(\lambda_0 + 2\mu)} (p(y, t) - p_\infty) \right) \left(\frac{y}{r} \right)^2 - \frac{b}{\lambda_0 + 2\mu} \frac{G(y, t) - G(r, t)}{r^2} \quad (3.63d)$	

Le rayon plastique y est une inconnue du problème pour l'instant.

On remarque que, comme en poro-élasticité, la contrainte totale moyenne n'est pas constante.

Zone plastique (ZP) : $R_i \leq r \leq y$

cette zone est caractérisée par :

$$F = 0 \text{ à chaque instant } t \quad (3.64a)$$

$$\varepsilon^p = 0 \text{ en } r = y \quad (3.64b)$$

$$\sigma_r(R_i, t > 0) = \sigma_i(t) \quad (3.64c)$$

La condition (3.64a) combinée à la relation d'équilibre (3.35) donne :

$$r \partial_r \sigma_r = -2C/r \quad (3.65)$$

On intègre cette dernière équation et on obtient successivement, en utilisant (3.35) :

$$\sigma_r(r, t) = \sigma_i(t) - 2C \text{Log}(r/R_i) \quad (3.66)$$

$$\sigma_\theta(r, t) = \sigma_i(t) - 2C(1 + \text{Log}(r/R_i)) \quad (3.67)$$

La relation (3.56) est valable à chaque instant et en tout point du massif, en particulier en $r = y$:

$$\sigma_y - \sigma_\infty - 2(\lambda_0 + \mu) \frac{u_y}{y} + 2b \frac{G(y, t)}{y^2} = \frac{A(t)}{y^2} \quad (3.68)$$

où on a posé : $\sigma_y = \sigma_r(y, t)$ et $u_y = u(y, t)$.

Cependant $r = y$ représente la frontière entre les zones plastique et élastique, les relations (3.63a) à (3.63d) y sont valables (continuité des contraintes et déplacement en y). On calcule ainsi $A(t)$ en fonction de y :

$$\frac{A(t)}{y^2} = \frac{\lambda_0 + 2\mu}{\mu} C - b(p(y, t) - p_\infty) + 2b \frac{G(y, t)}{y^2} \quad (3.69)$$

Donc, en reprenant la relation (3.56) et compte tenu de (3.66), on obtient la solution en déplacement dans la zone plastique:

$$\frac{u}{r}(r, t) = \frac{1}{2(\lambda_0 + \mu)} \left[\sigma_i(t) - \sigma_\infty - 2C \text{Log}(r/R_i) - \frac{\lambda_0 + 2\mu}{\mu} C(y/r)^2 + b(p(y, t) - p_\infty)(y/r)^2 + 2b \frac{G(r, t) - G(y, t)}{r^2} \right] \quad (3.70)$$

De la relation (3.55d) on déduit la contrainte σ_z :

$$\sigma_z(r, t) = \sigma_\infty + \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + \mu} \left[\sigma_i(t) - \sigma_\infty - C(1 + 2 \log(r/R_i)) \right] - \frac{b\mu}{\lambda_0 + \mu} (p(r, t) - p_\infty) \quad (3.71)$$

Le problème est donc résolu en contraintes et déplacement, cependant il reste à calculer le rayon plastique puis la pression interstitielle.

III-6.2b Calcul du rayon plastique.

On écrit la continuité de la contrainte radiale à la frontière plastique - élastique :

$$\sigma_r(r = y, t)_{plast} = \sigma_r(r = y, t)_{élast}$$

A partir des relations (3.66) et (3.45a) on déduit l'équation ayant pour solution le rayon plastique :

$$\sigma_i(t) - \sigma_\infty - C - 2C \log(y/R_i) + \frac{b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} (p(y, t) - p_\infty) = 0 \quad (3.72)$$

On peut réécrire cette dernière relation sous la forme :

$$y = R_i \exp\left(\frac{\sigma_i(t) - \sigma_\infty - C}{2C}\right) \exp\left(\frac{b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} \frac{1}{2C} (p(y, t) - p_\infty)\right)$$

D'un côté la contrainte appliquée en paroi est de compression ($\sigma_i(t) \leq 0$), et de l'autre $p(y, t) \leq p_\infty$ car le massif est infini, d'où :

$$y \leq R_i \exp\left(\frac{-\sigma_\infty - C}{2C}\right)$$

Donc si le seuil de plasticité est non nul ($C \neq 0$), le rayon de plasticité est nécessairement fini.

III-6.2c Calcul du chargement critique.

En supposant que $\sigma_i(t)$ augmente progressivement de σ_∞ à 0, on appelle contrainte critique de chargement (notée σ_{ic}), la contrainte à partir de laquelle il y aura apparition de déformations plastiques. Celles-ci apparaîtront nécessairement en paroi (déviateur maximal). Soit t_0 l'instant de leur apparition en paroi ($\sigma_{ic} = \sigma_i(t_0)$), dans ce cas $y(t_0) = R_i$. En tenant compte de (3.72) on déduit :

$$\sigma_{ic} = \sigma_\infty + C + \frac{b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} p_\infty$$

Celle-ci est identique à celle correspondant au calcul en régime hydraulique permanent et par conséquent différente (inférieure en valeur absolue) de celle correspondant à la réponse instantanée. La valeur du chargement critique dépend outre de la contrainte initiale in situ et du seuil plastique, de la pression interstitielle initiale in situ et des coefficient poro-élastiques du matériau.

III-6.2d Ecriture de l'équation de diffusion.

Jusqu'ici, dans ce paragraphe III-6, toutes les solutions ont été exprimées en fonction de la pression interstitielle. Celle-ci vérifie l'équation (3.54). L'expression du déplacement u n'est pas la même selon qu'on se trouve en zone plastique ou élastique, il en va donc de même pour l'équation de diffusion :

$$\begin{aligned} \Delta p &= \frac{1}{\alpha_1} \partial_t p + \frac{1}{\alpha_2} \dot{\sigma}_i(t) && \text{en zone plastique } (R_i \leq r \leq y) \\ \Delta p &= \frac{1}{\alpha_3} \partial_t p && \text{en zone élastique } (r \geq y) \end{aligned}$$

$$\text{avec : } \alpha_1 = k M \frac{\lambda_0 + \mu}{\lambda + \mu}, \quad \alpha_2 = \frac{k}{b} (\lambda_0 + \mu), \quad \alpha_3 = k M \frac{\lambda_0 + 2\mu}{\lambda + 2\mu}$$

Remarques :

- En zone élastique, l'expression de l'équation de diffusion est identique à celle qui régit en poro-élasticité dans tout le massif.
- Il existe deux diffusivités différentes, en zone plastique et en zone élastique.
- Les équations de diffusion ci-dessus, valables dans le cas où existent une zone plastique et une zone élastique, montrent que le couplage hydro-mécanique est dans ce cas plus fort qu'en poro-élasticité car la vitesse de chargement mécanique intervient.
- On a : $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{M}{b} \frac{1}{\lambda_0 + \mu + b^2 M}$
dans le cas des argiles plastiques, par exemple, λ_0 et μ sont presque négligeables devant M . De plus $b \approx 1$. Donc $\alpha_1 \approx \alpha_2$.

$$\text{On a aussi : } \frac{\alpha_3 - \alpha_1}{\alpha_3} = \frac{b^2 M \mu}{(\lambda + \mu)(\lambda_0 + 2\mu)}. \text{ Ce qui montre que } \alpha_3 > \alpha_1.$$

$$\text{De plus : } \lambda + \mu = \lambda_0 + \mu + b^2 M > b^2 M, \text{ ce qui implique : } 0 < \frac{\alpha_3 - \alpha_1}{\alpha_3} < \frac{\mu}{\lambda_0 + 2\mu}.$$

Or $\frac{\mu}{\lambda_0 + 2\mu} = \frac{1 - 2\nu_0}{2(1 - \nu_0)}$ qui décroît de 0,5 à 0 lorsque ν_0 (coefficient de Poisson drainé) croît de 0 à 0,5. Donc, dans tous les cas, α_1 et α_3 ont des valeurs proches.

III-6.2e Résolution semi-analytique de l'équation de diffusion.

On pose $\delta p(r, t) = p(r, t) - p_\infty$, $p_1(r, t) = \delta p(r, t)$ en zone plastique (ZP) et $p_2(r, t) = \delta p(r, t)$ en zone élastique (ZE). Le problème à résoudre s'écrit :

$$\Delta p_1 = \frac{1}{\alpha_1} \partial_t p_1 + \frac{1}{\alpha_2} \dot{\sigma}_i(t) \quad R_i \leq r \leq y(t) \quad (\text{zone plastique : ZP}) \quad (3.73a)$$

$$\Delta p_2 = \frac{1}{\alpha_3} \partial_t p_2 \quad r \geq y(t) \quad (\text{zone élastique : ZE}) \quad (3.73b)$$

$$p_1(r, t=0) = p_2(r, t=0) = 0 \quad \text{condition initiale} \quad (3.73c)$$

$$p_1(y, t) = p_2(y, t) \quad \text{continuité de la pression en } r = y \quad (3.73d)$$

$$\partial_r p_1(y, t) = \partial_r p_2(y, t) \quad \text{continuité du flux hydraulique en } r = y \quad (3.73e)$$

$$p_2(R_e \rightarrow \infty, t) = 0 \quad \text{condition à la limite} \quad (3.73f)$$

Pour que le problème soit bien posé, il faut ajouter la condition à la limite en paroi :

$$p_1(R_i, t > 0) = p_i - p_\infty \quad \text{si la paroi est drainante} \quad (3.73g)$$

$$\partial_r p_1(R_i, t > 0) = 0 \quad \text{si la paroi est imperméable} \quad (3.73h)$$

Nous supposons que la perméabilité reste inchangée dans les deux zones ZP et ZE.

La frontière $r = y$ entre les deux zones ZP et ZE n'est pas fixe au cours du temps, on ne peut donc pas appliquer directement la transformée de Laplace à ce problème. On propose donc de discrétiser l'intervalle de temps en plusieurs "petits" intervalles à l'intérieur desquels le rayon plastique y est supposé rester constant. Puis dans chacun de ces intervalles on résout le problème semi-analytique par application de la transformée de Laplace.

Il convient que l'amplitude des sous-intervalles de discrétisation soit la plus petite possible, et cela pour deux raisons principales : d'une part la stabilité et précision des résultats n'en sera que meilleure, d'autre part si on considère que $y(t)$ est constant sur un grand intervalle de temps, on peut provoquer une décharge élastique "prématurée" à l'intérieur de la zone plastique.

Remarque :

Nous attirons l'attention sur le fait que la résolution semi-analytique du problème (3.73) mentionnée ici ne concerne que le cas où la paroi du tunnel est drainante. Car quand celle-ci est imperméable, il n'existe pas de solution particulière simple à l'équation différentielle résultant de l'application de la transformée de Laplace, une solution semi-analytique est donc impossible à

trouver dans ce cas. Il faudrait procéder numériquement par différences finies ou éléments finis, or ce type de résolution existe et est implanté dans plusieurs codes numériques. Cependant, on sait que dans ce cas la diffusion de la pression interstitielle n'est provoquée que par l'apparition de déformations plastiques.

Méthodologie :

A $t = 0^+$ la solution du problème est connue (cf. III-4.2), mais ce n'est pas cette solution en p qu'on a retenu comme condition initiale car elle présente des irrégularités (ne vérifie pas la condition à la limite en paroi et présente une discontinuité du flux hydraulique à la frontière ZP - ZE). Par contre, on a pris la valeur de $y(t = 0^+)$ comme valeur initiale pour $y(t)$.

Pour simplifier, on choisit ici des intervalles de temps d'amplitude égale Δt .

Soit t l'instant de sortie des résultats, le nombre d'intervalles considérés est $n+1$ avec $n = E(t/\Delta t)$ où $E(-)$ désigne la fonction partie entière.

- à $t = 0^+$, $y(t = 0^+) = y_0$ est connu.
- Sur $[0, \Delta t[$ on suppose $y(t) = y_0$
on résout le problème (3.73) et on obtient $p(r, t)$
on calcule $y(\Delta t) = y_1$ à partir de (3.72).
- Sur $[\Delta t, 2\Delta t[$ on suppose $y(t) = y_1$
on résout le problème (3.73) et on obtient $p(r, t)$
on calcule $y(2\Delta t) = y_2$ à partir de (3.72).
- ...
- Sur $[n\Delta t, (n+1)\Delta t[$ on suppose $y(t) = y_n$
on résout le problème (3.73) et on obtient $p(r, t)$.

Le temps de sortie t appartient à ce dernier intervalle.

Les détails de résolution du problème (3.73) sur un intervalle $[i\Delta t, (i+1)\Delta t[$ donné se trouvent en annexe A4.

A ce stade nous avons entièrement résolu le problème du tunnel 1D creusé en milieu poro-élasto-plastique de Tresca sous l'hypothèse de non existence de zones de décharges élastiques. Il reste à vérifier le domaine de validité de ces hypothèses.

Pour le critère de Tresca, avec les hypothèses de notre étude 1D, la règle d'écoulement s'écrit : $\dot{\varepsilon}^p = \dot{\lambda}$ où λ désigne le multiplicateur plastique.

En tout point du massif, à chaque instant, on peut être dans l'une des trois zones suivantes :

$$\text{zone plastique : } \dot{\epsilon}^P > 0 \quad (3.74a)$$

$$\text{zone déchargée élastiquement : } \epsilon^P \neq 0 \text{ et } \dot{\epsilon}^P = 0 \quad (3.74b)$$

$$\text{zone élastique : } \epsilon^P = 0 \quad (3.74c)$$

Donc nos hypothèses d'absence de zones déchargées élastiquement sont valables tant que $\dot{\epsilon}^P > 0$ dans la zone plastique.

Des relations (3.57), (3.66) et (3.70), on déduit l'expression de la composante radiale du tenseur des déformations plastiques :

$$\begin{aligned} 2\epsilon^P(r,t) = & -\frac{\lambda_0 + 2\mu}{\mu(\lambda_0 + \mu)} C + \frac{1}{\lambda_0 + \mu} \left[b \left(p(r,t) - p_\infty - 2 \frac{G(r,t) - G(y,t)}{r^2} \right) \right. \\ & \left. + \frac{\lambda_0 + 2\mu}{\mu} C \left(\frac{y}{r} \right)^2 - b(p(y,t) - p_\infty) \left(\frac{y}{r} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (3.75)$$

Sachant que : $\partial_t (G(y,t)) = \dot{y} \partial_r G(y,t) + \partial_t G(y,t) = \dot{y} y (p(y,t) - p_\infty) + \partial_t G(y,t)$

et $\partial_t (p(y,t)) = \frac{\lambda_0 + 2\mu}{b\mu} \left(2C \frac{\dot{y}}{y} - \dot{\sigma}_i(t) \right)$ d'après (3.72),

La vitesse de déformation plastique s'écrit :

$$\partial_t \epsilon^P(r,t) = \frac{1}{2(\lambda_0 + 2\mu)} \left[\frac{\lambda_0 + 2\mu}{\mu} \left(\frac{y}{r} \right)^2 \dot{\sigma}_i(t) + b \partial_t p(r,t) + \frac{2b}{r^2} \int_r^y r' \partial_t p(r',t) dr' \right] \quad (3.76)$$

On note $\Psi(r,t)$ la fonction définie par :

$$\Psi(r,t) = 2(\lambda_0 + \mu) r^2 \partial_t \epsilon^P(r,t) \quad (3.77)$$

$$\text{on a : } \partial_r \Psi(r,t) = b r^2 \partial_{rt} p(r,t) \quad (3.78)$$

III-6.3 Cas où il existe des décharges élastiques.

Les résultats de l'étude numérique (cf. III-3.2e) nous ont montré l'existence de décharges élastiques, cependant leur "amplitude" varie selon le chargement et les conditions aux limites hydrauliques imposés en paroi du tunnel.

Pour toute la suite de ce chapitre nous considérons que le chargement mécanique $\sigma_i(t)$ imposé en paroi varie de façon monotone au cours du temps. Celui-ci augmente de σ_∞ à une valeur intermédiaire quelconque entre σ_∞ et 0 :

$$\dot{\sigma}_i(t) \geq 0 \quad (3.79)$$

Avant l'initiation d'une zone déchargée on est nécessairement en présence des deux zones plastique et élastique et les relations établies au paragraphe III-6.2 sont valables.

Pour ce qui suit, nous détaillerons l'étude des zones déchargées dans le cas où la paroi est drainante car la solution semi-analytique est possible et les effets des décharges élastiques sont plus marquants (cf. III-3.2e). Cependant nous analyserons également le cas où la paroi est imperméable à partir des résultats numériques de la pression interstitielle.

Dans le cas où la paroi est drainante, $\partial_t p(r,t) \leq 0$ (voir annexe A3). D'après la relation (3.76), le signe de $\partial_t \varepsilon^p(r,t)$ peut ne pas être constant.

Cependant si $\sigma_i(t)$ est constant (mais supérieur à σ_{i0}) alors $\partial_t \varepsilon^p(r,t) < 0$, ce qui indique qu'il y a décharge élastique dans toute la zone plastique juste après son initialisation à $t = 0^+$. Les figures III.8a et III.8b (pour char1a) le montrent bien ($\dot{\varepsilon}^p = 0$).

Si $\dot{\sigma}_i(t) > 0$ et $\sigma_i(t) \geq \sigma_{ic}$, le signe de $\partial_t \varepsilon^p(r,t)$ dépend des valeurs de $\dot{\sigma}_i(t)$ (cf. la relation (3.76)). En supposant qu'au moment où $\sigma_i(t) = \sigma_{ic}$, on ait $\partial_t \varepsilon^p(R_i, t) > 0$ (la zone plastique apparaît en paroi puis se propage dans le massif), alors quand la vitesse du chargement mécanique "faiblira" avant que celui-ci n'atteigne sa valeur finale, on aura $\partial_t \varepsilon^p(r,t) \leq 0$ en certains points de la zone plastique (initiation des décharges élastiques).

III-6.3a Où s'initie la décharge élastique?

Les relations (3.77) et (3.78) ainsi que les résultats présentés en annexe A3 permettent de répondre à cette question.

Dans le cas où $\partial_{rr} p(r,t) \leq 0$ dans toute la zone plastique alors, à chaque instant, $\Psi(r,t)$ (cf. la relation (3.78)) est une fonction décroissante de r :

$$\Psi(r,t) \leq \Psi(y,t) \text{ dans la zone plastique,}$$
$$\text{donc : } \partial_t \varepsilon^p(y,t) \leq (r/y)^2 \partial_t \varepsilon^p(r,t) \leq \partial_t \varepsilon^p(r,t)$$

A chaque instant, le minimum de $\partial_t \varepsilon^p(r,t)$ est atteint en $r = y$ à la frontière entre zones plastique et élastique.

Cette situation correspond au cas le plus fréquent : la zone déchargée s'initie à la frontière des zones plastique et élastique, on montrera ultérieurement que celle-ci se propage vers la paroi.

Cependant dans certains cas de chargements mécaniques (satisfaisant à (3.79)), quand le seuil de plasticité est bas, il se peut (voir annexe A3, relation (A3.7)) qu'aux premiers instants de diffusion, le minimum de $\partial_t \varepsilon^p(r,t)$ soit atteint à l'intérieur de la zone plastique. S'il s'y annule, il initie une décharge élastique. Ce cas se présente plus rarement que le précédent et est un peu plus complexe à étudier analytiquement, cependant on constate (voir annexe A5) que dans ce cas la zone initialement déchargée se propage très vite vers la frontière plastique - élastique puis évolue de manière identique au cas précédent.

La figure III.22 résume les situations éventuelles d'initiations de décharge élastique.
(ZD = zone déchargée élastiquement).

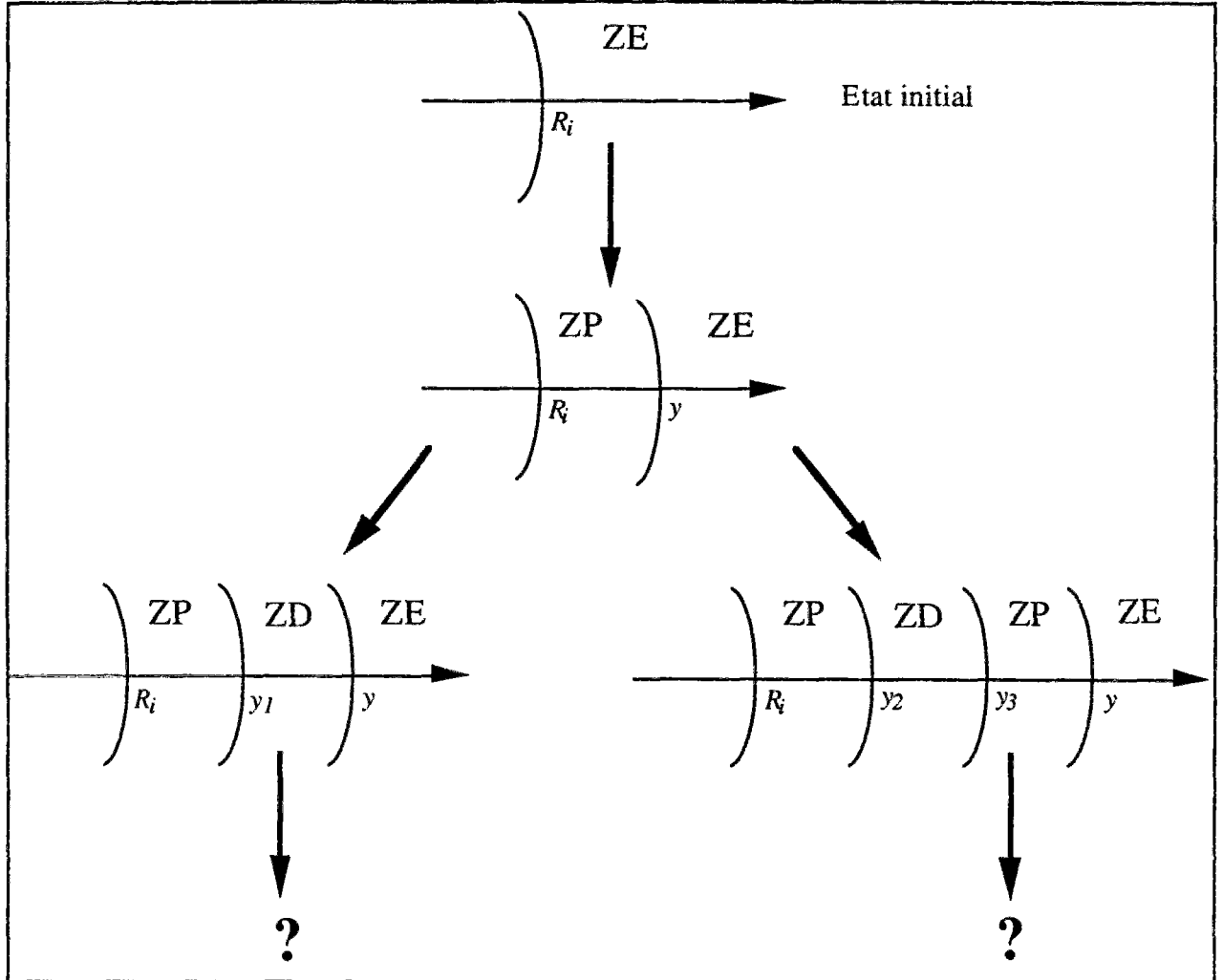


Figure III.22 : évolution des configurations.

On étudie ci-dessous l'évolution de la configuration ZP-ZD-ZE. Le cas ZP-ZD-ZP-ZE est étudié en annexe A5.

III-6.3b Etude de l'évolution de la configuration ZP-ZD-ZE.

Soit t_I l'instant où on passe de la configuration ZP-ZE à la configuration ZP-ZD-ZE (notations de la figure III.22). Tout d'abord, il est évident que y reste constant à partir de t_I dans cette configuration car la vitesse des déformations plastiques est nulle en ZD. On se propose, par contre, de déterminer l'évolution de y_I (rayon de la zone *plastiquement active* ZP)

En zone plastique, la relation (3.65) est valable (pour un critère de Tresca), donc :

$$r \partial_{rI} \sigma_r = 0 \text{ en ZP.} \quad (3.80)$$

$$\text{En } r = y_I, \text{ d'une part on est en ZD : } \partial_t \varepsilon^P(y_I, t) = 0 \quad (3.81)$$

$$\text{et d'autre part on est en ZP : } \partial_{rt} \sigma_r(y_I, t) = 0 \quad (3.82)$$

En tenant compte de ces deux derniers résultats dans la relation (3.59b) valable partout et à chaque instant, on obtient :

$$b \partial_t p(y_I, t) - \frac{2b}{y_I^2} \partial_t G(y_I, t) + \frac{\dot{A}(t)}{y_I^2} = 0 \quad (3.83)$$

Sachant que $\partial_t \varepsilon^P(r, t) = 0$ en ZD et ZE, on intègre la relation (3.58b) par rapport à la variable d'espace entre y_I et l'infini, en tenant compte des conditions aux limites et de la relation (3.44), on obtient ainsi :

$$-\frac{\lambda_0 + 2\mu}{\mu} \partial_t \sigma_r(y_I, t) - \frac{2b}{y_I^2} \partial_t G(y_I, t) + \frac{\dot{A}(t)}{y_I^2} = 0 \quad (3.84)$$

Dans la ZP, en intégrant (3.80) par rapport à la variable d'espace entre R_i et y_I , on obtient :

$$\partial_t \sigma_r(y_I, t) = \dot{\sigma}_i(t) \quad (3.85)$$

Des relations (3.83) à (3.85) on déduit enfin que :

$$\boxed{b \partial_t p(y_I, t) = -\frac{\lambda_0 + 2\mu}{\mu} \dot{\sigma}_i(t)} \quad (3.86)$$

Le chargement mécanique étant connu, cette dernière équation permet, après résolution de la pression interstitielle, d'obtenir $y_I(t)$.

La résolution de la pression interstitielle dans la configuration ZP-ZD-ZE interviendra ultérieurement, cependant on peut déjà avancer que dans le cas où la paroi est drainante on a $\partial_t p(r, t) \leq 0$ dans tout le massif. La relation (3.86) ne permet pas, *a priori*, de déterminer analytiquement le sens de variation de y_I dans le temps. Cependant, en choisissant un chargement mécanique vérifiant, en plus de la relation (3.79), $\dot{\sigma}_i(t) \leq 0$ (compatible avec le chargement simulant l'avancement du front de taille d'un tunnel et la mise en place d'un soutènement) on constate *numériquement* que $\dot{y}_I(t) \leq 0$, c'est-à-dire que la ZD se propage en direction de la paroi du tunnel. D'ailleurs, lorsque $\sigma_i(t)$ s'approche de sa valeur finale on a $\dot{\sigma}_i(t) \approx 0$, et dans ce cas $\partial_t p(y_I, t) \approx 0$. Or les deux seuls points du massif où cette dernière relation est vérifiée se trouvent à l'infini et en paroi (quand celle-ci est drainante), ceci confirme que la ZD rejoint la paroi et on accède donc à une nouvelle configuration : ZD-ZE.

III-6.3c Résolution des contraintes et déplacement dans la configuration ZP-ZD-ZE.

Cette résolution, concernant les instants $t \geq t_I$ (après l'initiation de la ZD), se fera en fonction de la pression interstitielle p qui vérifie l'équation de diffusion généralisée (3.54) valable dans tout le massif et à chaque instant.

Zone plastique (ZP) : $R_I \leq r \leq y_I, t \geq t_I$

d'après (3.80), $\partial_t \sigma_r$ est constant dans toute la zone plastique à chaque instant, donc :

$$\boxed{\partial_t \sigma_r(r, t) = \dot{\sigma}_i(t)} \quad (3.87)$$

Le critère est atteint ($F = 0$) dans ZP, on en déduit :

$$\boxed{\partial_t \sigma_\theta(r, t) = \dot{\sigma}_i(t)} \quad (3.88)$$

De la relation (3.55d), on déduit que :

$$\boxed{\partial_t \sigma_z(r, t) = \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + \mu} \dot{\sigma}_i(t) - \frac{b\mu}{\lambda_0 + \mu} \partial_t p(r, t)} \quad (3.89)$$

En dérivant la relation (3.56) par rapport au temps et en se servant de (3.83), (3.85) et (3.86), on obtient :

$$\boxed{\frac{\partial_t u}{r}(r, t) = \frac{1}{2(\lambda_0 + \mu)} \left[\left(1 - \frac{\lambda_0 + 2\mu}{\mu} \left(\frac{y_I}{r} \right)^2 \right) \dot{\sigma}_i(t) + \frac{2b}{r^2} (\partial_t G(y_I, t) - \partial_t G(r, t)) \right]} \quad (3.90)$$

$y_I(t)$ est calculé à partir de (3.86).

Zone déchargée élastiquement (ZD) : $y_I \leq r \leq y, t \geq t_I$

Sachant que dans ZD et ZE, on a $\partial_t \varepsilon^p(r, t) = 0$ à chaque instant, on intègre la relation (3.58b) par rapport à la variable d'espace entre r et l'infini. Tenant compte des conditions aux limites et de la relation (3.44), on obtient :

$$\frac{\lambda_0 + 2\mu}{\mu} \partial_t \sigma_r(r, t) + \frac{2b}{r^2} \partial_t G(r, t) - \frac{\dot{A}(t)}{r^2} = 0 \quad (3.91)$$

En éliminant $\dot{A}(t)$ à partir de la relation (3.83), on a :

$$\partial_t \sigma_r(r,t) = -\frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} \frac{\partial_t G(r,t) - \partial_t G(y_I,t)}{r^2} + (y_I/r)^2 \dot{\sigma}_i(t) \quad (3.92)$$

Et à partir de la relation d'équilibre (3.35) :

$$\partial_t \sigma_\theta(r,t) = -\frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} \partial_t p(r,t) + \frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} \frac{\partial_t G(r,t) - \partial_t G(y_I,t)}{r^2} - (y_I/r)^2 \dot{\sigma}_i(t) \quad (3.93)$$

De la relation (3.55d) on déduit que :

$$\partial_t \sigma_z(r,t) = -\frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} \partial_t p(r,t) \quad (3.94)$$

Tenant compte de (3.92) dans la dérivée temporelle de la relation (3.56), on obtient :

$$\frac{\partial_t u}{r}(r,t) = \frac{b}{\lambda_0 + 2\mu} \frac{\partial_t G(r,t) - \partial_t G(y_I,t)}{r^2} - \frac{1}{2\mu} (y_I/r)^2 \dot{\sigma}_i(t) \quad (3.95)$$

Les relations (3.87) à (3.90) et (3.92) à (3.95) définissent les dérivées temporelles des solutions en contraintes et déplacement en fonction de la pression interstitielle dans les zones ZP et ZD.

On considère, dans le cas général, une fonction $X(r,t)$ régulière. Elle vérifie la relation simple suivante :

$$X(r,t) = \int_{t_I}^t \partial_{t'} X(r,t') dt' + X(r,t_I) \quad (3.96)$$

Dans le cas qui nous intéresse, X désigne l'une des grandeurs σ_r , σ_θ , σ_z ou u/r , et $\partial_t X$ désigne le membre de droite de l'une des relations (3.87) à (3.90) ou (3.92) à (3.95). Comme t_I représente l'instant où la ZD est juste initiée en $y = y(t_I)$, on peut considérer que c'est le dernier instant où la configuration ZP-ZE est encore valable. Dans ce cas, $X(r,t_I)$ est calculé à partir de l'une des relations (3.66), (3.67), (3.71) ou (3.70). Ainsi, dans les zones ZP et ZD, $X(r,t)$ sera entièrement déterminé semi-analytiquement (en fonction de la pression interstitielle) à partir de la relation (3.96).

Zone élastique (ZE) : $r \geq y$, $t \geq t_I$

y désigne le rayon de la zone plastique à l'instant $t = t_I$. Il reste invariable durant la configuration ZP-ZD-ZE.

Dans cette zone on a $\varepsilon^p(r, t) = 0$ à chaque instant. On intègre (3.58a) par rapport à la variable d'espace entre r et l'infini. En tenant compte des conditions aux limites et de la relation (3.44), on obtient :

$$\frac{\lambda_0 + 2\mu}{\mu} (\sigma_r(r, t) - \sigma_\infty) + 2b \frac{G(r, t)}{r^2} - \frac{A(t)}{r^2} = 0 \quad (3.97)$$

On élimine $A(t)$ en appliquant cette dernière relation en $r = y$, on obtient alors :

$$\sigma_r(r, t) = \sigma_\infty + (y/r)^2 (\sigma_r(y, t) - \sigma_\infty) - \frac{2b\mu}{\lambda_0 + \mu} \frac{G(r, t) - G(y, t)}{r^2} \quad (3.98)$$

$\sigma_r(y, t)$ est calculé à partir de la solution σ_r de la zone ZD en $r = y$.

De la relation d'équilibre (3.35) on déduit :

$$\sigma_\theta(r, t) = \sigma_\infty - (y/r)^2 (\sigma_r(y, t) - \sigma_\infty) - \frac{2b\mu}{\lambda_0 + \mu} (p(r, t) - p_\infty) + \frac{2b\mu}{\lambda_0 + \mu} \frac{G(r, t) - G(y, t)}{r^2} \quad (3.99)$$

σ_z se déduit à partir de (3.55d) par :

$$\sigma_z(r, t) = \sigma_\infty - \frac{b\mu^2}{(\lambda_0 + \mu)^2} (p(r, t) - p_\infty) \quad (3.100)$$

De la relation (3.56), où $A(t)$ est éliminée en prenant $r = y$ dans (3.97), on obtient :

$$\frac{u}{r}(r, t) = -\frac{l}{2\mu} (y/r)^2 (\sigma_r(y, t) - \sigma_\infty) + \frac{b}{\lambda_0 + 2\mu} \frac{G(r, t) - G(y, t)}{r^2} \quad (3.101)$$

Nous obtenons ainsi la solution du problème dans la configuration ZP-ZD-ZE. Il reste à déterminer la pression interstitielle.

III-6.3d Ecriture de l'équation de diffusion dans la configuration ZP-ZD-ZE.

L'équation de diffusion généralisée (3.54) est valable en tout point du massif et à chaque instant. Grâce aux solutions en déplacement on peut simplifier l'expression (3.54) dans chacune des zones concernées. On trouve ainsi que la pression interstitielle vérifie :

$$\Delta p = \frac{l}{\alpha_1} \partial_t p + \frac{l}{\alpha_2} \dot{\sigma}_i(t) \quad \text{en ZP.} \quad (3.102a)$$

$$\Delta p = \frac{l}{\alpha_3} \partial_t p \quad \text{en ZD et ZE.} \quad (3.102b)$$

avec $\alpha_1 = kM \frac{\lambda_0 + \mu}{\lambda + \mu}$, $\alpha_2 = \frac{k}{b}(\lambda_0 + \mu)$ et $\alpha_3 = kM \frac{\lambda_0 + 2\mu}{\lambda + 2\mu}$.

En ZP et en ZE, les équations de diffusion sont identiques à ceux de la configuration ZP-ZE. On constate de plus que la pression se comporte en ZD comme en ZE.

En prenant un chargement mécanique $\sigma_i(t)$ évoluant de σ_∞ à une valeur finale $\sigma_{i\infty}$ ($\sigma_{ic} \leq \sigma_{i\infty} \leq 0$) au bout d'un temps assez grand en satisfaisant la condition de monotonie du chargement (3.79). On note t_0 l'instant où les déformations plastiques apparaissent en paroi (configuration ZP-ZE), t_1 l'instant où la décharge élastique apparaît, on suppose que celle-ci s'initie à partir de la frontière entre ZP et ZE (configuration ZP-ZD-ZE). On a vu que la ZD évolue vers la paroi en recouvrant toute la ZP. Soit t_2 l'instant où la ZD arrive en paroi, on est alors en configuration ZD-ZE cependant, d'après la relation (3.86) cette configuration n'est possible que lorsque la vitesse du chargement mécanique devient très faible, voire nulle. Donc, dans l'étude de la configuration ZD-ZE, on ne tiendra pas compte de $\dot{\sigma}_i(t)$:

$$\boxed{\dot{\sigma}_i(t) = 0} \text{ pour } t \geq t_2 \quad (3.103)$$

III-6.3e Configuration ZD-ZE.

Cette configuration, valable pour $t \geq t_2$, est caractérisée par l'absence de zone de plasticité active : en tout point du massif la vitesse de déformation plastique est nulle. L'extension de ZD est identique à celle de ZP à $t = t_1$.

$r = y = y(t_1)$ est la frontière entre ZD et ZE (figure III.22).

III-6.3f Résolution en champs de contraintes et déplacement pour la configuration ZD-ZE.

Zone déchargée élastiquement : $R_i \leq r \leq y$, $t \geq t_2$

La relation (3.91) est encore valable ici. En l'appliquant pour $r = R_i$, tenant compte de (3.103) et de la définition de la fonction G , on obtient :

$$\dot{A}(t) = 0 \quad (3.104)$$

On en déduit :

$$\partial_t \sigma_r(r, t) = -\frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} \frac{\partial_t G(r, t)}{r^2} \quad (3.105)$$

La relation d'équilibre (3.35) donne :

$$\partial_t \sigma_\theta(r, t) = \frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} \left[\frac{\partial_t G(r, t)}{r^2} - \partial_t p(r, t) \right] \quad (3.106)$$

Puis $\partial_t \sigma_z$ est déduit de (3.55d) :

$$\partial_t \sigma_z(r, t) = -\frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} \partial_t p(r, t) \quad (3.107)$$

En prenant la dérivée temporelle de (3.56), sachant (3.104), on obtient :

$$\frac{\partial_t u}{r}(r, t) = \frac{b}{\lambda_0 + 2\mu} \frac{\partial_t G(r, t)}{r^2} \quad (3.108)$$

On remarque qu'en paroi on a $\dot{U}_i(t) = 0$. Ce résultat est important : dès que la zone déchargée atteint la paroi, la convergence y est bloquée.

Des quatre relations précédentes, on déduit facilement σ_r , σ_θ , σ_z et u/r :

$\sigma_r(r, t) = \sigma_r(r, t_2) - \frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} \frac{G(r, t) - G(r, t_2)}{r^2} \quad (3.109)$	(3.109)
$\sigma_\theta(r, t) = \sigma_\theta(r, t_2) + \frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} \left[\frac{G(r, t) - G(r, t_2)}{r^2} - (p(r, t) - p(r, t_2)) \right] \quad (3.110)$	(3.110)
$\sigma_z(r, t) = \sigma_z(r, t_2) - \frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} (p(r, t) - p(r, t_2)) \quad (3.111)$	(3.111)
$\frac{u}{r}(r, t) = \frac{u}{r}(r, t_2) + \frac{b}{\lambda_0 + 2\mu} \frac{G(r, t) - G(r, t_2)}{r^2} \quad (3.112)$	(3.112)

Où $\sigma_r(r, t_2)$, $\sigma_\theta(r, t_2)$, $\sigma_z(r, t_2)$ et $\frac{u}{r}(r, t_2)$ sont calculés à partir des solutions σ_r , σ_θ , σ_z et u/r de la configuration ZP-ZD-ZE en zone déchargée prises en $t = t_2$.

Zone élastique : $r \geq y$, $t \geq t_2$

Les relations (3.104) à (3.108) restent valables en ZE. Il en va de même pour les relations (3.109) à (3.112) sauf que $\sigma_r(r, t_2)$, $\sigma_\theta(r, t_2)$, $\sigma_z(r, t_2)$ et $\frac{u}{r}(r, t_2)$ sont, cette fois-ci, calculés à partir des solutions σ_r , σ_θ , σ_z et u/r de la configuration ZP-ZD-ZE en zone élastique (relations (3.98) à (3.101)) prises pour $t = t_2$.

Donc là aussi la solution du problème dans la configuration ZD-ZE est obtenue en fonction de la pression interstitielle.

Remarque :

On attire l'attention sur le fait que cette configuration ZD-ZE peut intervenir dans certains cas particuliers en succédant directement à la configuration ZP-ZE (cf. III-6.3i et III-6.4). Dans ce cas, l'instant t_2 cité dans les relations (3.109) à (3.112) désigne l'instant où la configuration précédente (ZP-ZE) prend fin. De plus, dans ces cas la vitesse de chargement $\dot{\sigma}_i$ n'est pas nécessairement nulle, ainsi les relations (3.109) à (3.112) peuvent s'écrire :

$$\sigma_r(r, t) = \sigma_r(r, t_2) - \frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} \frac{G(r, t) - G(r, t_2)}{r^2} + (R_i/r)^2 (\sigma_i(t) - \sigma_i(t_2)) \quad (3.109')$$

$$\sigma_\theta(r, t) = \sigma_\theta(r, t_2) + \frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} \left[\frac{G(r, t) - G(r, t_2)}{r^2} - (p(r, t) - p(r, t_2)) \right] - (R_i/r)^2 (\sigma_i(t) - \sigma_i(t_2)) \quad (3.110')$$

$$\sigma_z(r, t) = \sigma_z(r, t_2) - \frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} (p(r, t) - p(r, t_2)) \quad (3.111')$$

$$\frac{u}{r}(r, t) = \frac{u}{r}(r, t_2) + \frac{b}{\lambda_0 + 2\mu} \frac{G(r, t) - G(r, t_2)}{r^2} - \frac{1}{2\mu} (R_i/r)^2 (\sigma_i(t) - \sigma_i(t_2)) \quad (3.112')$$

III-6.3g Ecriture de l'équation de diffusion dans la configuration ZD-ZE.

Celle-ci s'obtient classiquement d'après la relation (3.54) en considérant la solution en déplacement. Nous constatons ici encore comme dans le cas de la configuration ZP-ZD-ZE que l'équation de diffusion est identique dans les deux zones ZD et ZE :

$$\Delta p = \frac{1}{\alpha} \partial_t p \text{ en ZD et ZE. Où } \alpha = k M \frac{\lambda_0 + 2\mu}{\lambda + 2\mu} \quad (3.113)$$

III-6.3h Stabilité de la configuration ZD-ZE.

On considère toujours le cas de la paroi drainante. Si le chargement mécanique n'est pas perturbé, c'est-à-dire qu'il reste constant égal à sa valeur finale atteinte depuis le début de la configuration ZD-ZE, peut-on tout de même s'attendre à la réapparition d'une zone plastique?

Si une zone plastique réapparaît, ce sera à partir de la paroi car le déviateur y est maximal. Dans ce cas, on retombe dans la configuration ZP-ZD-ZE dont l'évolution a été déjà étudiée. Si y_I désigne le rayon de la zone plastiquement active (ZP), alors celui-ci vérifie la relation (3.86). Mais comme $\sigma_i(t)$ est constante, alors y_I ne dépasse pas le rayon du tunnel R_i car au delà on a $\partial_t p(r, t) < 0$. A moins que le régime hydraulique permanent ne soit atteint (si le rayon extérieur R_e est fini malgré que $R_e \gg R_i$), dans ce cas $\partial_t p(r, t) = 0$ partout et on peut s'attendre à la réapparition d'une zone plastique potentielle sur toute la zone déchargée.

On a pu constater cela numériquement car le maillage est de dimensions finies. Pour les temps très grand où le régime hydraulique permanent est atteint, même sous chargement constant, en configuration ZD-ZE, une zone plastique réapparaît à partir de la paroi. Cependant la zone plastique ne peut dépasser la zone déchargée car le chargement mécanique est constant.

Néanmoins dans l'hypothèse du massif infini, cette situation ne peut survenir et la configuration ZD-ZE reste stable au cours du temps.

III-6.3i Remarques sur la différence entre σ_{i0} et σ_{ic} .

Nous avons remarqué que $\sigma_{i0} < \sigma_{ic}$, ce qui signifie qu'une même valeur de chargement σ_i , comprise entre σ_{i0} et σ_{ic} , peut provoquer l'apparition d'une zone plastique en réponse instantanée mais pas en régime transitoire. Le cas où $\sigma_i(t)$ reste constant au cours du temps égal à une valeur comprise entre σ_{i0} et σ_{ic} sera relevé ultérieurement (cf. III-6.4). Supposons maintenant un chargement non constant mais qui vérifie cependant (3.79). Supposons de plus que $\sigma_i(t=0^+)$ est compris entre σ_{i0} et σ_{ic} . On note $\sigma_{i\infty}$ la valeur finale de $\sigma_i(t)$ (lorsque t tend vers l'infini). On sait qu'à $t=0^+$ il y a apparition d'une zone plastique (cf. III-4.2), on note y_0 le rayon plastique.

- 1er cas : $\sigma_{i\infty} \leq \sigma_{ic}$.

Dès l'instant $t > 0^+$, la zone initialement plastifiée sera déchargée élastiquement, on est en configuration ZD-ZE et aucune zone plastique ne pourra voir le jour.

- 2ème cas : $\sigma_{i\infty} > \sigma_{ic}$.

On note t_{ic} l'instant tel que $\sigma_i(t_{ic}) = \sigma_{ic}$. Dès l'instant $t > 0^+$, toute la zone initialement plastifiée est déchargée élastiquement. A partir de l'instant t_{ic} , une zone plastique réapparaît depuis la paroi, on est alors en configuration ZP-ZD-ZE, cependant dans cette configuration $\sigma_i(t)$ n'est pas constant. Lorsque ZP atteint y_0 , on est alors en configuration ZP-ZE, on rejoint ainsi l'étude menée en III-6.2 et III-6.3.

III-6.4 Cas particulier du chargement constant.

On considère le chargement particulier suivant (chargement instantané) :

$$\sigma_i(t) = \sigma_\infty \text{ si } t < 0 \qquad \sigma_i(t) = \sigma_i \text{ si } t > 0$$

où σ_i est une constante négative telle que : $\sigma_\infty < \sigma_i \leq 0$.

Selon la valeur de σ_i , plusieurs cas peuvent se présenter. La solution instantanée à $t=0^+$ est connue (cf. III-4.2).

On suppose en outre que la paroi est drainante.

- 1er cas : $\sigma_\infty \leq \sigma_i \leq \sigma_{i0}$

Dans ce cas, le massif reste entièrement élastique. La solution poro-élastique (cf. III-5) est valable.

- 2ème cas : $\sigma_{i0} < \sigma_i \leq \sigma_{ic}$

A $t=0^+$, il y a apparition d'une zone plastique. Cependant ce chargement mécanique n'est pas suffisant pour que la zone plastique perdure en régime transitoire, donc celle-ci est remplacée par une zone déchargée élastiquement. On a donc une configuration ZD-ZE stable au cours du temps.

- 3ème cas : $\sigma_{ic} < \sigma_i \leq 0$

Après apparition d'une zone plastique à $t = 0^+$, on aborde le régime transitoire en configuration ZP-ZE (cf. III-6.2). Cependant, puisque la chargement est constant, on déduit de la relation (3.76) que $\partial_t \varepsilon^p(r, t) < 0$ dans toute la zone plastique dès que $t > 0^+$ (car paroi drainante) donc celle-ci est remplacée par une zone déchargée élastiquement. On passe ainsi directement de la configuration ZP-ZE à la configuration ZD-ZE. A celle-ci s'appliquent les remarques mentionnées au III-6.3h.

III-6.5 Cas de la paroi imperméable.

Toutes les formules du paragraphe III-6.3, relatives à l'existence des décharges élastiques, ont été établies indépendamment des conditions aux limites hydrauliques. Cependant l'évolution des différentes configurations mentionnées ci-dessus en dépend fortement.

Nous avons déjà dit qu'on ne dispose, malheureusement, pas d'une solution semi-analytique de la pression interstitielle en configuration ZP-ZE dans le cas où la paroi est imperméable. On se servira de celle issue du calcul numérique présenté au III-3.2. Les figures III.23 et III.24 représentent la distribution de $\partial_t p(r, t)$ dans le massif à différents instants respectivement pour les chargements char2a et char2b (cf. figures III.4a et III.4b).

- Cas du chargement Char2a : chargement instantané. $\sigma_i(t)$ reste constant à partir de $t = 0^+$

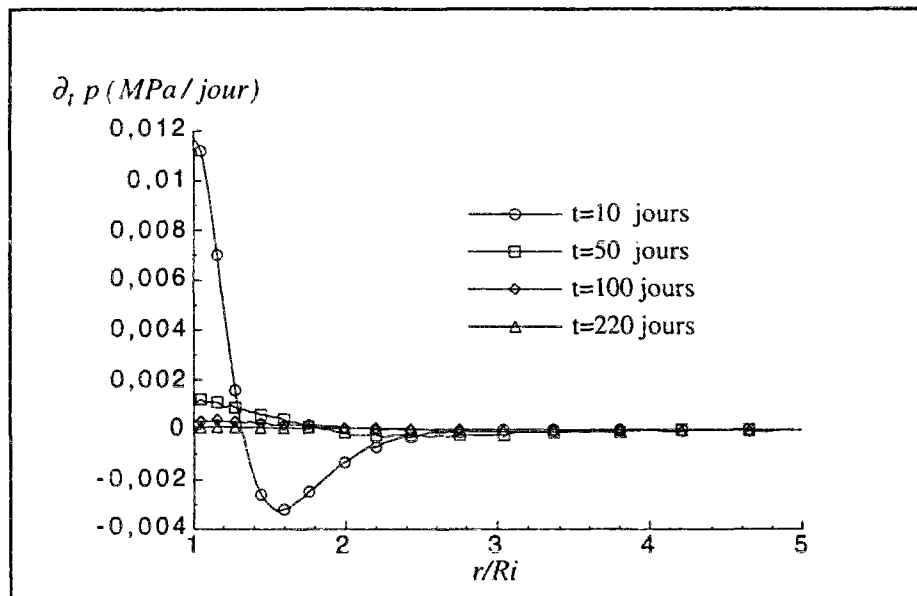


Figure III.23 : évolution de la distribution de $\partial_t p(r, t)$. Chargement 2a.

A $t = 0^+$, on est en configuration ZP-ZE, le rayon plastique y est tel que $y/R_i \approx 1,25$. Aux premiers instants ($t = 10$ jours), $\partial_t p(r, t)$ est négatif au voisinage de la frontière ZP-ZE (figure

III.23), donc c'est là que s'initie la décharge élastique. On est alors en configuration ZP-ZD-ZE (cf. figure III.22).

Le rayon de la zone plastique y_I vérifie cependant la relation (3.86) où $\dot{\sigma}_i(t) = 0$. Il est certain que la ZD n'atteint pas la paroi tant que le régime hydraulique permanent n'est pas atteint. De plus on constate qu'avant que ce dernier ne soit atteint, $\partial_t p(r, t)$ commence par s'annuler au voisinage de la frontière entre ZD et ZE ce qui tend à prouver que y_I revient vers sa valeur initiale (égale à y) et on retrouve une configuration ZP-ZE.

L'extension de ZP n'excède cependant pas la valeur de y à $t = 0^+$ car $\sigma_i(t)$ est constant. Cependant, la convergence en paroi a évolué vers sa valeur finale obtenue analytiquement à partir de la relation (3.70) en $r = R_i$ en prenant $p(r, t) = p_\infty$ dans tout le massif.

- Cas du chargement Char2b : chargement monotone puis constant

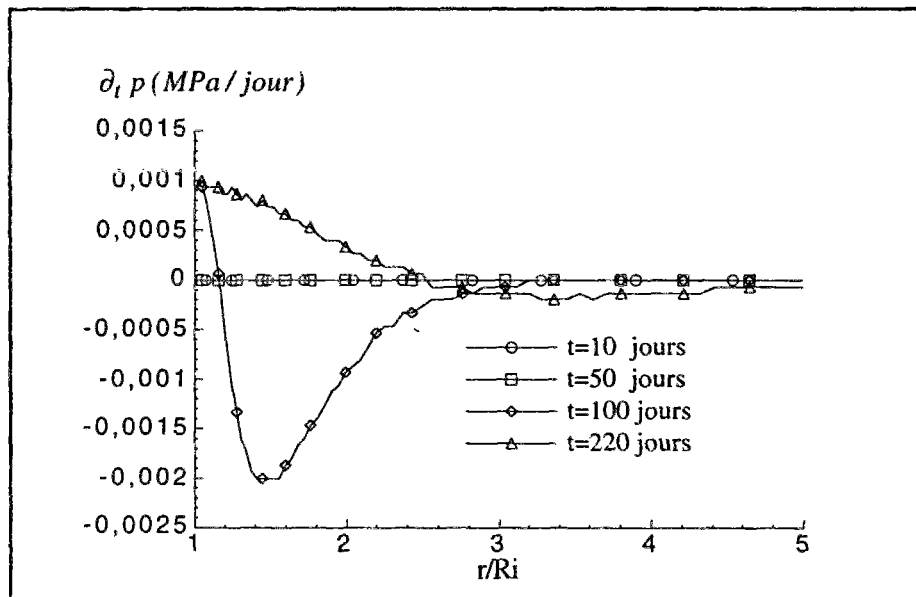


Figure III.24 : évolution de la distribution de $\partial_t p(r, t)$. Chargement 2b.

$\sigma_i(t)$ atteint la valeur σ_{ic} aux environs de $t = 99$ jours, juste avant qu'il ne reste constant. Pour $t \leq 99$ jours, le massif tout entier est élastique et $p(r, t) = p_\infty$ partout, donc $\partial_t p(r, t) = 0$. Puis jusqu'à $t = 100$ jours une zone plastique apparaît (configuration ZP-ZE) et atteint un rayon y tel que $y/R_i \approx 1,25$.

Mais comme au cas précédent, à ce moment $\sigma_i(t)$ est constant et $\partial_t p(r, t)$ est négatif au voisinage de la frontière entre les deux zones ZP et ZE. Donc l'extension de ZP est interrompue et une zone déchargée apparaît, on est alors en configuration ZP-ZD-ZE. Le reste de l'évolution est identique au cas précédent, d'ailleurs on peut le constater sur les figures III.11, III.13a et III.13b. C'est-à-dire qu'au fur et à mesure que le champ de pression interstitielle s'approche du régime hydraulique permanent, la zone déchargée laisse place à la zone plastique. A l'état final, on a une configuration

ZP-ZE où la ZP a la même étendue qu'à l'instant où est apparue la zone déchargée. Là aussi, à l'état final, la convergence en paroi a évolué vers la même valeur que celle du cas précédent.

III-6.6 Programme de résolution semi-analytique.

On a mis au point un programme de résolution semi-analytique basé sur toute l'étude menée aux paragraphes III-4 à III-6. En ce qui concerne le régime transitoire en poro-plasticité, seul le cas de la **paroi drainante** a été programmé car il n'existe pas de solution analytique pour la pression interstitielle dans le cas de la paroi imperméable.

En ce qui concerne la configuration ZP-ZE, la pression interstitielle est calculée par résolution du problème (3.73) alors que dans toutes les autres configurations, pour simplifier, on a déduit la pression interstitielle par résolution du problème de diffusion en poro-élasticité (3.49) qui est aussi rigoureusement valable dans les configurations ZE et ZD-ZE. Cette dernière simplification est due au fait que dans les configurations concernées, la zone plastique est restreinte et dans les autres zones la pression interstitielle est régie par l'équation de diffusion poro-élastique.

On explicite ci-dessous toutes les configurations possibles pouvant survenir au cours du temps dans l'étude du tunnel 1D creusé en milieu poro-élasto-plastique parfait (critère de Tresca) avec paroi drainante (figure III.25a à III.25h).

On suppose que le chargement $\sigma_i(t)$ vérifie la condition (3.79) et on note $\sigma_{i\infty}$ la valeur de $\sigma_i(t)$ lorsque t tend vers l'infini.

Rappel : ZE (zone élastique), ZP (zone plastique), ZD (zone déchargée élastiquement).

- 1er cas : $\sigma_i(t=0^+) \leq \sigma_{i0}$ et $\sigma_{i\infty} \leq \sigma_{ic}$

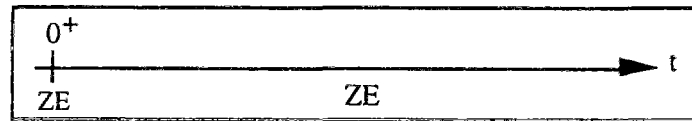


Figure III.25a

- 2ème cas : ce cas concerne deux types de chargements différents mais induisant les mêmes configurations .

$\sigma_i(t=0^+) > \sigma_{i0}$ et $\sigma_{i\infty} \leq \sigma_{ic}$ ou $\sigma_i(t=0^+) \geq \sigma_{ic}$ et $\sigma_i(t)$ constant.

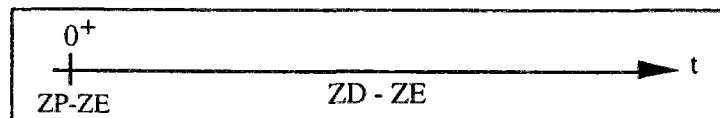


Figure III.25b

- 3ème cas : $\sigma_i(t=0^+) \leq \sigma_{i0}$ et $\sigma_{i\infty} > \sigma_{ic}$

Ce cas peut induire deux types d'évolution (figure III.25c ou III.25d), essentiellement selon les valeurs des paramètres poro-plastiques et la vitesse du chargement mécanique.

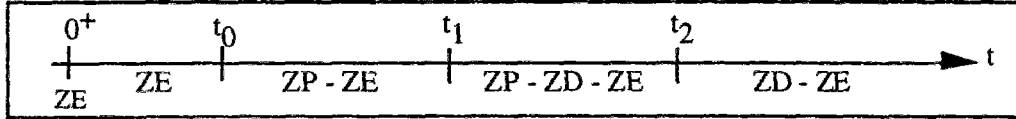


Figure III.25c

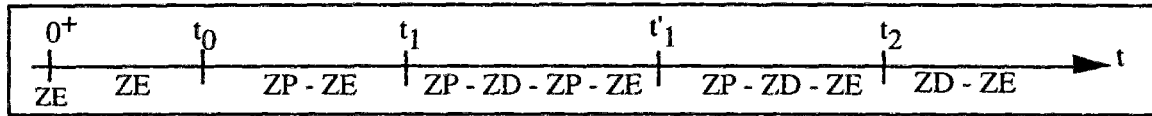


Figure III.25d

- 4ème cas : $\sigma_{i0} < \sigma_i(t=0^+) \leq \sigma_{ic}$ et $\sigma_{i\infty} > \sigma_{ic}$

Deux types d'évolutions peuvent être induites (figure III.25e ou III.25f) pour les mêmes raisons que celles évoquées au 3ème cas.

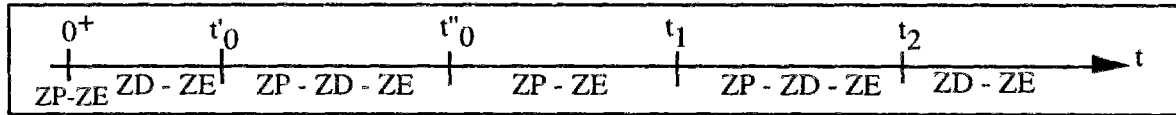


Figure III.25e

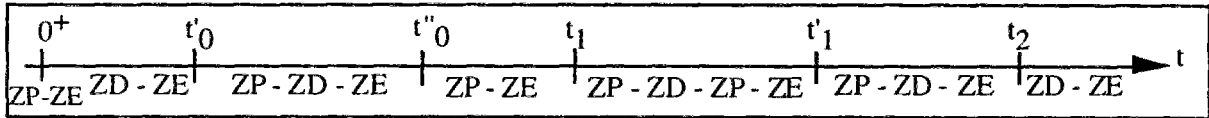


Figure III.25f

- 5ème cas : $\sigma_i(t=0^+) > \sigma_{ic}$ et $\sigma_i(t)$ non constant.

Là aussi, deux types d'évolutions sont possibles pour les mêmes raisons que celles évoquées au 3ème cas.

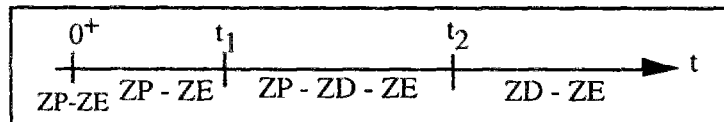


Figure III.25g

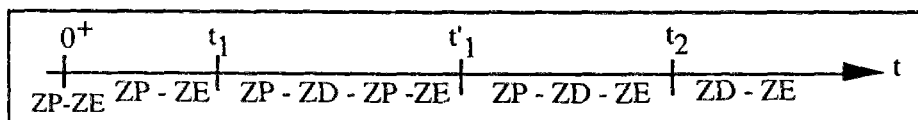


Figure III.25h

III-6.6a Exemple d'application.

La figure III.26 montre deux exemples de chargements (**char1** et **char2**) qui vérifient la condition (3.79) et avec lesquels on a exécuté le programme de résolution semi-analytique. La paroi est supposée drainante avec $p_i = 0$ (p_i étant la pression interstitielle imposée en paroi).

Les autres données sont identiques à celles de l'étude numérique 1D présentée plus haut (cf. III-3.2a).

Char1 est identique au chargement char1b pris en compte dans l'étude numérique (cf. figure III.3a). Char2 est un chargement "régulier" dont la valeur initiale est supérieure à σ_{i0} et σ_{ic} c'est-à-dire qu'il y a apparition d'une zone plastique dès $t = 0^+$ et qui évoluera pendant un certain temps au delà de l'instant initial. Entre 0 et 10 jours, la vitesse du chargement char2 est supérieure à celle de char1, cependant les valeurs finales de σ_i sont identiques pour char1 et char2.

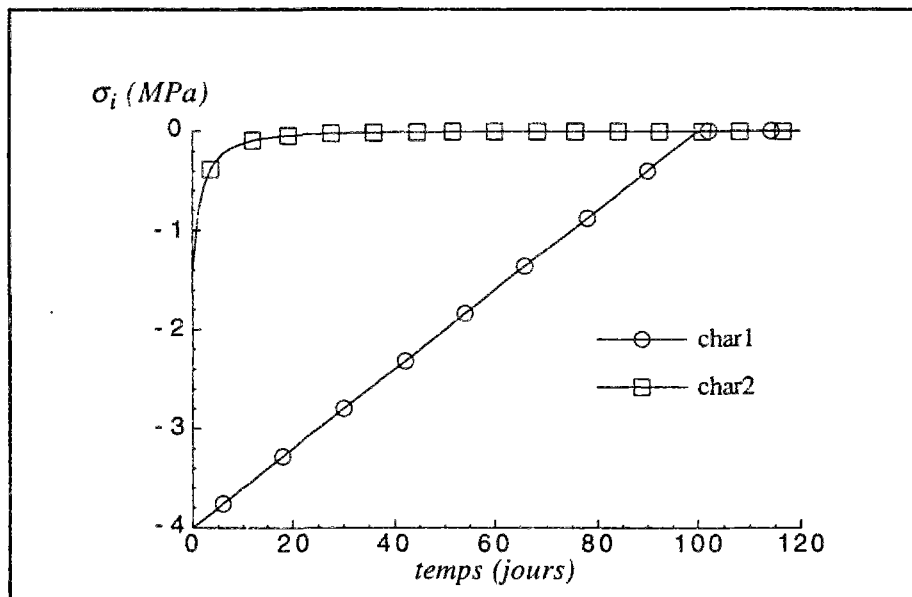


Figure III.26 : évolution des chargements char1 et char2.

Tenant compte des données de notre problème, on a : $\sigma_{i0} = -2,67 \text{ MPa}$ et $\sigma_{ic} = -1,75 \text{ MPa}$.

Nous savons donc déjà que les évolutions dans le temps des configurations relatives à char1 et char2 correspondent respectivement aux troisième et cinquième cas indiqués ci-dessus.

- Chargement char1 :

La résolution semi-analytique nous précise que pour le chargement char1, l'évolution des configurations correspond à celle présentée dans la figure III.25c avec :

$t_0 = 56,4 \text{ jours}$, $t_1 = 100,8 \text{ jours}$ et $t_2 = 102 \text{ jours}$.

La durée de la configuration ZP-ZD-ZE est très courte car $\dot{\sigma}_i(t) = 0$ à partir de $t = 100 \text{ jours}$. La relation (3.86) prédit dans ce cas, puisque la paroi est drainante, que la ZD rejoint la paroi presque instantanément.

La figure III.27 montre l'évolution de la convergence en paroi. Celle-ci est presque identique à celle issue du calcul numérique (cf. figure III.6 pour char1b), cependant les valeurs finales sont quelque peu différentes, sûrement à cause de l'effet d'échelle (le maillage a des dimensions finies) et des incertitudes liées aux traitements numériques des deux méthodes (éléments finies et semi-analytique). Les évolutions de y et y_I (notations de la figure III.22) sont représentées dans la figure III.28.

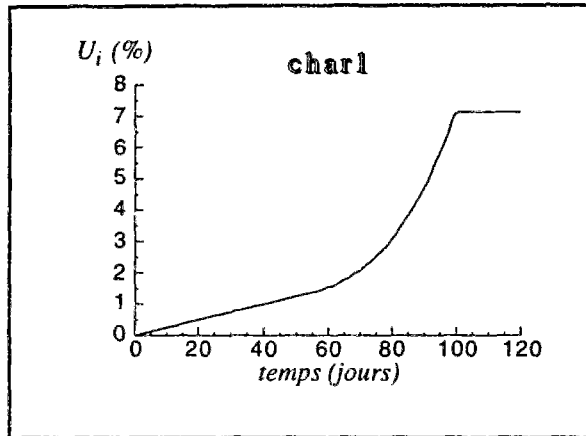


Figure III.27 :
évolution de la convergence en paroi.
Chargement char1.

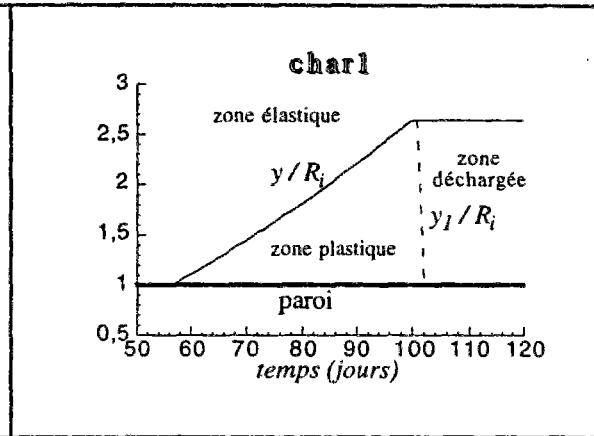


Figure III.28 :
évolutions des zones dans le massif.
Chargement char1.

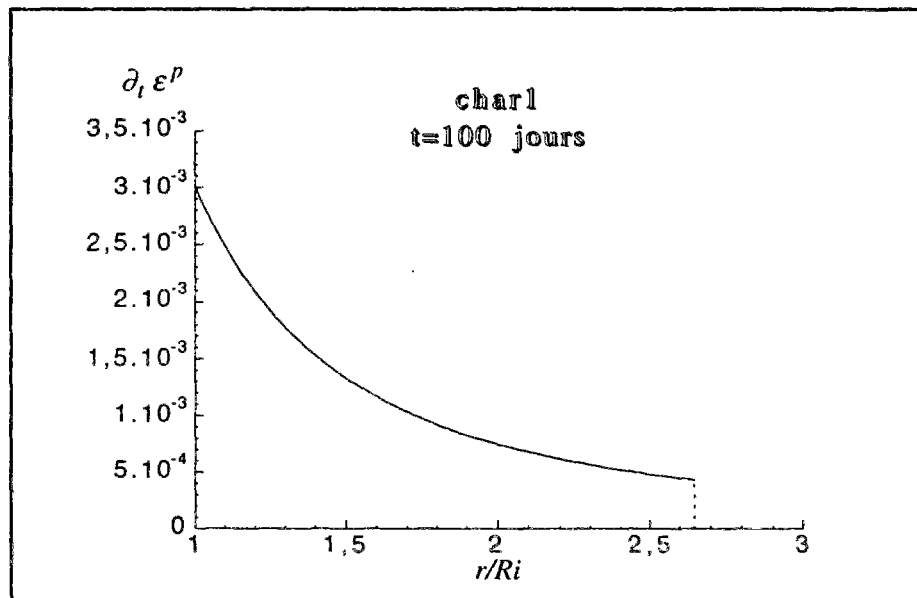


Figure III.29 : champ de vitesse de déformation plastique à $t = 100$ jours. Chargement char1.

La figure III.29 montre la distribution de la vitesse des déformations plastiques à l'instant $t = 100$ jours où prévaut encore la configuration ZP-ZE juste avant que ne s'initialise la zone déchargée. De l'allure de $\partial_t \epsilon^p$ où le minimum est atteint à la frontière entre ZP et ZE, on devine que la zone déchargée apparaîtra à cette frontière.

Il est important de constater que pendant la configuration ZP-ZE, $\partial_t \varepsilon^P$ présente une discontinuité à la frontière entre les deux zones plastique et élastique.

- Chargement char2 :

En ce qui concerne char2, la résolution semi-analytique montre que l'évolution des configurations correspond à celle présentée dans la figure III.25h avec :

$t_1 \approx t'_1 = 15,6$ jours et $t_2 = 64,8$ jours.

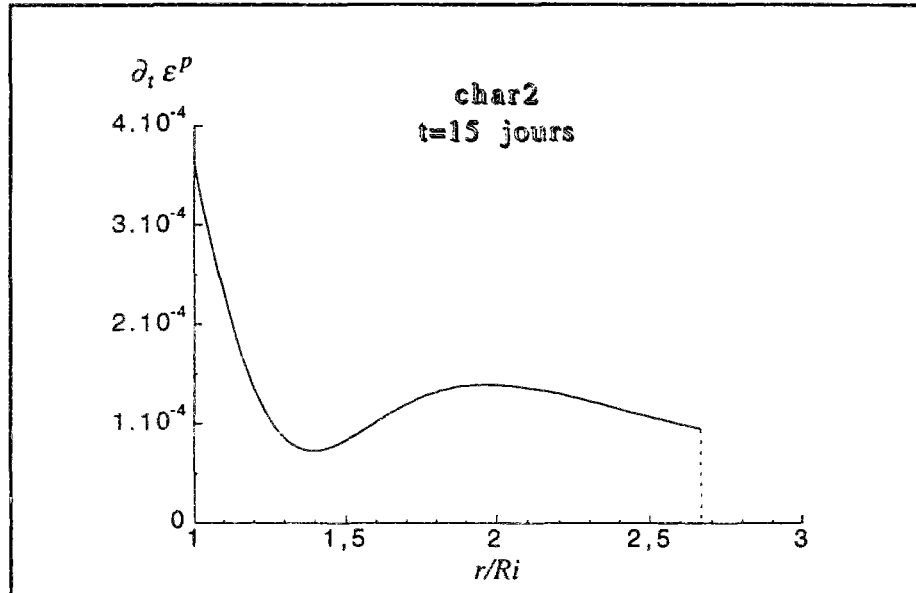


Figure III.30 : champ de vitesse de déformation plastique à $t = 15$ jours. Chargement char2.

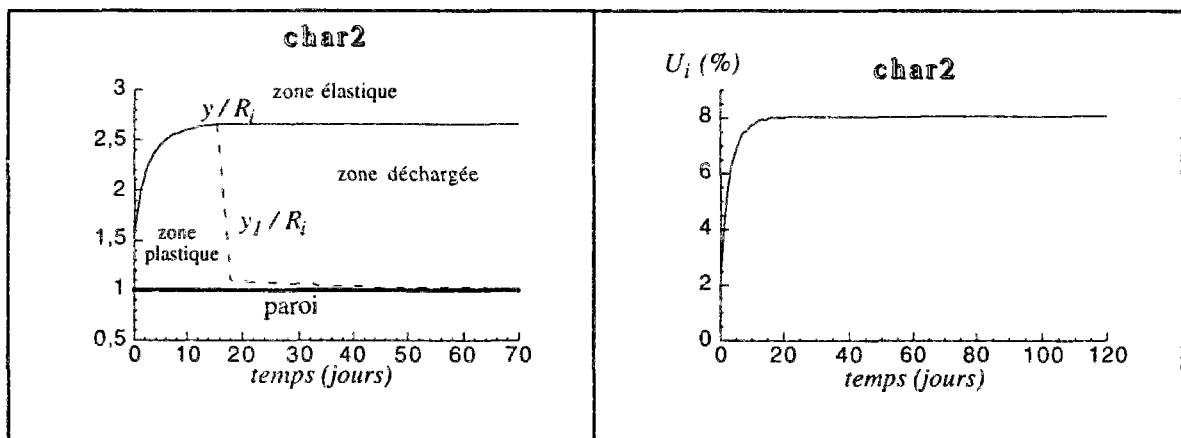


Figure III.31 :
évolutions des zones dans le massif.
Chargement char2.

Figure III.32 :
évolution de la convergence en paroi.
Chargement char1.

A l'instant $t = 15$ jours (configuration ZP-ZE) on a tracé la distribution de la vitesse des déformations plastiques (figure III.30). On remarque cette fois que le minimum est atteint à l'intérieur de la zone plastique, c'est au voisinage de ce point qu'à $t = 15,6$ jours s'initie la décharge

élastique créant ainsi une configuration ZP-ZD-ZP-ZE. Cependant cette configuration a une "durée de vie" très courte, la zone déchargée atteint la frontière entre zones plastique et élastique presque instantanément et on obtient la configuration ZD-ZE. L'évolution de y et y_I (notations de la figure III.22) sont représentées dans la figure III.31 ainsi que celle de la convergence en paroi représentée dans la figure III.32.

Remarques :

- Dans les configurations ZP-ZD-ZE ou ZP-ZD-ZP-ZE, l'évolution de la convergence en paroi est "freinée" par rapport à la configuration ZP-ZE, avant de bloquer complètement lors de la configuration ZD-ZE.
- La résolution semi-analytique confirme que la convergence finale en paroi dépend de l'histoire du chargement. On constate que pour une même valeur finale du chargement $\sigma_i(t)$, plus la vitesse de celui-ci est grande, plus grande sera la convergence finale en paroi car plus vite $\sigma_i(t)$ atteindra de faibles valeurs (en valeur absolue) favorisant de grandes convergences dans la configuration ZP-ZE avant l'initialisation des zones déchargées.
- Malgré des histoires de chargement différentes (mais ayant les mêmes valeurs finales), l'étendue de la zone concernée par des déformations plastiques est identique pour char1 et char2. Elle est aussi identique à celle trouvée numériquement (figures III.7a et III.7b).

III-6.7 Validation de l'hypothèse du chargement monotone.

Jusqu'ici, nous avons toujours considéré que $\dot{\sigma}_i(t) \geq 0$ (hypothèse (3.79)), même si les relations établies avant l'étude des décharges élastiques sont valables pour tout chargement $\dot{\sigma}_i(t)$. Nous montrons ici que si la convergence en paroi ne change pas de sens ($\dot{U}_i(t) \geq 0$) alors l'hypothèse (3.79) est toujours vérifiée pour toutes les configurations possibles dans le cas où la paroi est drainante.

Rappel : $U_i(t) = -u(R_i, t)/R_i$ et $\dot{U}_i(t) \geq 0$.

Nous supposons que, dans le cas drainé, pour n'importe quelle configuration, le champ de pression interstitielle vérifie les propriétés mentionnées en annexe A3, en particulier : $\partial_r p(r, t) \leq 0$.

Configuration ZE :

en considérant la relation (3.45d) en $r = R_i$, puis en dérivant par rapport au temps, on obtient :

$$\dot{U}_i = \frac{\dot{\sigma}_i}{2\mu}. \text{ Donc } \dot{\sigma}_i(t) \geq 0.$$

Configuration ZP-ZE :

de la relation (3.70), on déduit que :

$$U_i = -\frac{1}{2(\lambda_0 + \mu)} \left[\sigma_i - \sigma_\infty - 2b \frac{G(y, t)}{R_i^2} - \frac{\lambda_0 + 2\mu}{\mu} C(y/R_i)^2 + b(p(y, t) - p_\infty)(y/R_i)^2 \right]$$

en se rappelant que y (rayon plastique) est solution de l'équation (3.72), on montre que la relation précédente s'écrit, après dérivation par rapport au temps :

$$\dot{U}_i = -\frac{b\alpha}{R_i^2(\lambda_0 + \mu)} [R_i \partial_r p(R_i, t) - y \partial_r p(y, t)] - \frac{1}{2(\lambda_0 + \mu)} \left(1 - \frac{\lambda_0 + 2\mu}{\mu} (y/R_i)^2 \right) \dot{\sigma}_i(t)$$

$$\text{on a : } R_i \partial_r p(R_i, t) - y \partial_r p(y, t) = - \int_{R_i}^y \partial_r (r \partial_r p) dr = - \int_{R_i}^y \frac{r}{\alpha} \partial_t p(r, t) dr \geq 0$$

comme $1 - \frac{\lambda_0 + 2\mu}{\mu} (y/R_i)^2 < 0$, on en déduit que : $\dot{\sigma}_i(t) \geq 0$.

Configuration ZP-ZD-ZE :

de la relation (3.90), on déduit que :

$$\dot{U}_i = -\frac{1}{2(\lambda_0 + \mu)} \left[\left(1 - \frac{\lambda_0 + 2\mu}{\mu} (y_I/R_i)^2 \right) \dot{\sigma}_i(t) + \frac{2b}{R_i^2} \partial_t G(y_I, t) \right]$$

$$\text{on a } \partial_t G(y_I, t) = \int_{R_i}^{y_I} r \partial_t p(r, t) dr < 0 \text{ et } 1 - \frac{\lambda_0 + 2\mu}{\mu} (y_I/R_i)^2 < 0.$$

Donc $\dot{\sigma}_i(t) \geq 0$.

Configuration ZD-ZE :

dans le cas où cette configuration suit la configuration ZP-ZD-ZE, on a montré que nécessairement σ_i atteint sa valeur finale et donc $\dot{\sigma}_i(t) = 0$.

Par contre, quand cette configuration suit la configuration ZP-ZE, on n'a pas nécessairement $\dot{\sigma}_i(t) = 0$. Dans ce cas, de la relation (3.112'), après dérivation par rapport au temps, on a :

$$\dot{U}_i = \frac{\dot{\sigma}_i}{2\mu} \text{ et donc } \dot{\sigma}_i(t) \geq 0.$$

III-6.8 Conclusion partielle

L'étude analytique présentée ici permet de retrouver et d'expliquer les résultats obtenus numériquement au paragraphe III-3.2.

Dans le cas où la paroi est drainante, l'histoire du chargement mécanique $\sigma_i(t)$ qui y est appliqué influence la valeur finale de la convergence mais pas l'étendue de la zone où les déformations plastiques sont non nulles. Dès que $\sigma_i(t)$ garde une valeur constante, la convergence est bloquée en paroi. Pour une même valeur finale de $\sigma_i(t)$, la valeur finale de la convergence en paroi est d'autant plus importante que la vitesse de déconfinement $\dot{\sigma}_i(t)$ est grande. Ceci est expliqué par la naissance d'une zone déchargée élastiquement qui, lorsque $\sigma_i(t)$ reste constant, occupe toute la

zone préalablement plastifiée. A partir de ce moment, le comportement du massif est analogue à celui d'un massif poro-élastique linéaire.

Si la paroi est imperméable, la vitesse de déconfinement n'a pas d'influence sur la valeur finale de la convergence en paroi et sur l'étendue de la zone concernée par des déformations plastiques non nulles. Ce cas se distingue du précédent par l'existence d'un régime hydraulique permanent où $p = p_{\infty}$ dans tout le massif. Ainsi, à long terme, tout se passe comme si le massif avait un comportement monophasique élasto-plastique. Ce qui permet de déterminer la valeur finale de la convergence en paroi.

III-7 ÉTUDE EN 2D AXISYMÉTRIQUE

III-7.1 Hypothèses

Nous considérons le cas d'un tunnel *profond* (cf. I-2) de section circulaire, creusé dans un milieu poro-élasto-plastique supposé homogène et dont le comportement est isotrope. Comme le rayon du tunnel R_i est supposé très petit devant la profondeur de son axe H , le tunnel sera donc considéré creusé dans un milieu infini soumis à un état de précontrainte et un champ de pression interstitielle constants :

$$\underline{\underline{\sigma}}_{\infty} = \sigma_{\infty} \underline{\underline{I}} \text{ et } p_{\infty}$$

avec $\sigma_{\infty} = -\gamma H$ et $p_{\infty} = \gamma_w H$, où γ et γ_w désignent respectivement les poids volumiques des terres et de l'eau interstitielle.

Le tunnel étudié peut être soutenu ou non. Le soutènement éventuel sera assimilé à un anneau circulaire d'épaisseur e constante (faible devant R_i) homogène et ayant un comportement poro-élastique linéaire et isotrope. Le front de taille du tunnel avance à une vitesse V constante et le soutènement éventuel est posé à une distance d_0 , constante, de celui-ci. L'ensemble des hypothèses ci-dessus permet de montrer que le problème est axisymétrique (Rousset 1993) et le schéma relatif à ce problème est représenté dans la figure II.9 (cf. partie II).

III-7.2 Exemples de calculs numériques

III-7.2a Mise en oeuvre

Nous avons simulé numériquement le creusement d'un tunnel en milieu poro-élasto-plastique en géométrie 2D axisymétrique grâce au code de calcul par éléments finis CESAR-LCPC. Au moment où on a voulu commencer ces calculs, le code comprenait un module de simulation de creusement ne fonctionnant que dans les milieux monophasiques continus. Nous avons dû étendre son utilisation aux milieux poreux saturés et avons procédé à la simulation du creusement par la méthode d'activation-désactivation (cf. I-8.2). Le premier pas de creusement vaut $4R_i/3$ et les autres $R_i/3$ où R_i est le rayon d'excavation. Le temps d'attente après chaque pas de creusement est $\Delta t = pas/V$ où pas est la longueur du pas de creusement et V la vitesse d'avancement du front de taille.

On n'étudiera dans cette partie que le cas *drainé*, c'est-à-dire que le front de taille et la paroi du tunnel sont drainants et le soutènement éventuel sera considéré perméable. A l'intérieur du tunnel règne la pression atmosphérique ($p_i = 0$).

Le cas non drainé où, à la fois, le front de taille et la paroi du tunnel sont imperméables sera abordé en III-7.5b dans le cas du tunnel soutenu. Il pourra simuler le creusement et la pose du soutènement effectués par un tunnelier à pression de confinement en conditions non drainées.

$V = 0$ correspond à un calcul où à chaque pas de creusement on attend suffisamment longtemps pour que le régime hydraulique permanent soit établi dans tout le massif. N'oublions pas que le maillage représentant le massif est de dimensions finies, il est donc possible qu'un régime hydraulique permanent soit établi.

$V = \infty$ correspond à un creusement instantané, le temps d'attente après chaque pas de creusement est $\Delta t = 0^+$.

On note $U_{v\infty}$ la convergence en paroi *non soutenue* issue d'un calcul 1D en déformation plane dans les conditions de creusement instantané (cf. III-4.2), on a :

$$U_{v\infty} = -\frac{1}{2\mu} \sigma_{\infty} \quad \text{en poro-élasticité} \quad (3.114a)$$

$$U_{v\infty} = \frac{1}{2(\lambda + \mu)} \left[\sigma_{\infty} + C \frac{\lambda + 2\mu}{\mu} \exp\left(\frac{-\sigma_{\infty} - C}{C}\right) \right] \quad \text{en poro-plasticité (Tresca)} \quad (3.114b)$$

Les figures III.33 et III.34 représentent respectivement les variations de la convergence et de la pression interstitielle en paroi du tunnel *non soutenu*, creusé en milieu poro-élastique linéaire pour différentes vitesses de creusement, en fonction de la distance au front de taille.

x étant l'abscisse de la section d'étude, $x = 0$ désigne la position du front de taille et $x > 0$ la partie excavée.

Pour une section donnée, $t = 0$ désigne l'instant de passage du front de taille. Par conséquent, comme la vitesse de creusement est considérée constante, on a la relation simple :

$$x = Vt \quad (3.115)$$

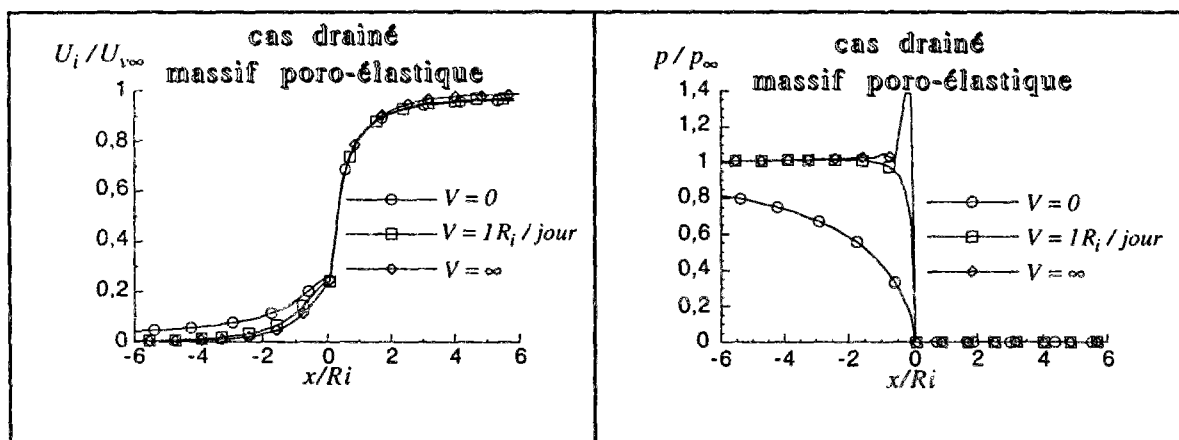


Figure III.33 : convergence en paroi en fonction de la distance au front à la fin du creusement.

Figure III.34 : pression interstitielle en paroi en fonction de la distance au front à la fin du creusement.

Les figures III.35 et III.36 sont analogues aux figures III.33 et III.34, sauf qu'elles sont relatives au creusement d'un tunnel en milieu poro-élasto-plastique parfait satisfaisant au critère de Tresca.

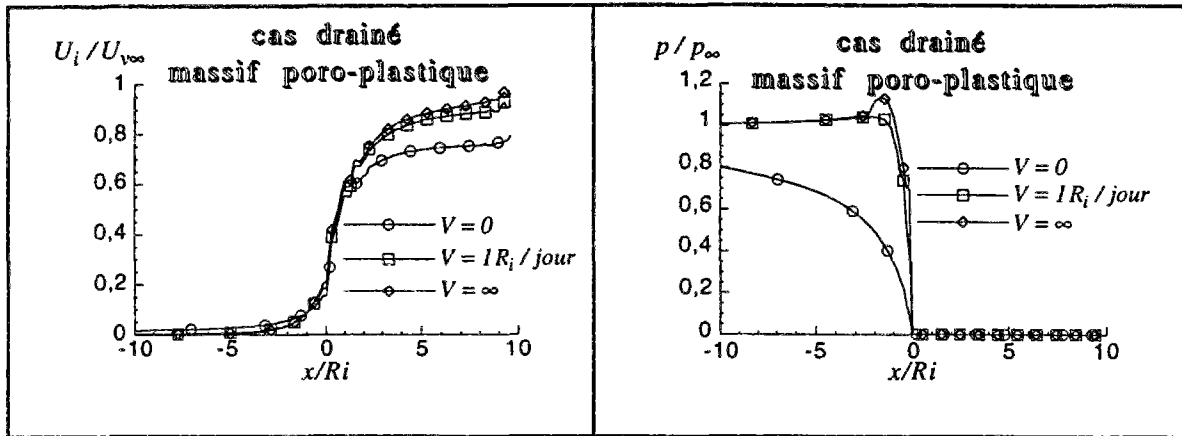


Figure III.35 :
convergence en paroi en fonction de la distance
au front à la fin du creusement.

Figure III.36 :
pression interstitielle en paroi en fonction de la
distance au front à la fin du creusement.

Il est important de remarquer que toutes les courbes représentées ci-dessus (figures III.33 à III.36) sont tracées à l'instant qui correspond à la fin du dernier pas de creusement. C'est-à-dire qu'elles ne représentent pas l'état final, à long terme, du tunnel.

Les caractéristiques poro-élasto-plastiques du massif sont considérées identiques à celles utilisées dans l'étude numérique 1D (cf. III-3.2a). Les dimensions du maillage ainsi que les conditions aux limites imposées sont explicitées ci-dessous :

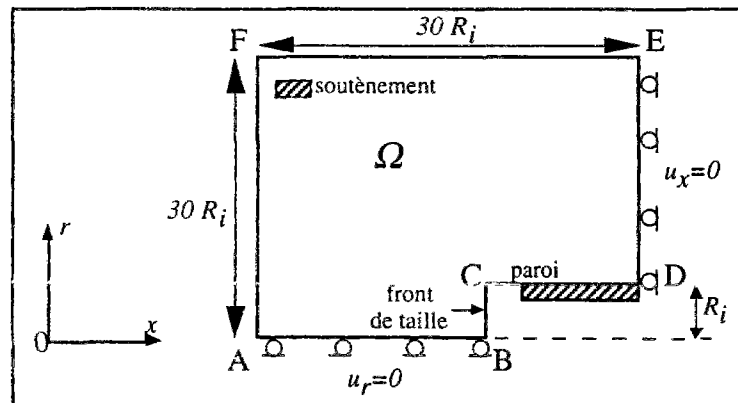


Figure III.37 : Schéma 2D axisymétrique du tunnel soutenu.

Ω représente la partie non excavée du massif. u_r et u_x désignent les composantes du vecteur déplacement \underline{u} respectivement suivant les axes vertical et horizontal. Le sens positif est indiqué par l'orientation du repère (O, x, r) . L'axe Ox représente un axe de symétrie de révolution.

Dans tous les cas, par symétrie, on a :

$$u_x = 0 \text{ et } \partial_x p = 0 \text{ sur la face } ED. \quad u_r = 0 \text{ et } \partial_r p = 0 \text{ sur la face } AB.$$

En outre, dans le cas drainé, on a :

$$p = 0 \text{ sur les faces } BC \text{ et } CD. \quad p = p_{\infty} \text{ sur les faces } AF \text{ et } FE ;$$

et dans le cas non drainé :

$\partial_x p = 0$ sur les faces BC et AF. $\partial_r p = 0$ sur les faces CD et FE.

Les conditions aux limites hydrauliques sont réactualisées à chaque pas de creusement dans la zone nouvellement excavée.

III-7.2b Commentaires

- Pour $V = \infty$, la courbe de convergence $U_i(x)$ est indépendante des conditions aux limites hydrauliques imposées. Cette courbe est en fait issue de la réponse instantanée du massif au creusement du tunnel, elle est strictement identique à la courbe de convergence issue d'un calcul de tunnel 2D axisymétrique dans un massif *monophasique* dont les caractéristiques satisfont au principe d'équivalence (cf. III-2.3a). Ce qui explique que pour une section loin du front de taille on a : $U_i(x) = U_{v\infty}$ (voir relations (3.114a) et (3.114b)).
- Pour un massif poro-élastique linéaire les courbes de convergence dans la partie excavée ($x \geq 0$) ne dépendent quasiment pas de la vitesse de creusement (voir figure III.33). Dans le cas drainé, à la fin du creusement, la pression interstitielle dans la partie non excavée est d'autant plus dissipée que la vitesse de creusement est faible. Par définition, la courbe correspondant à $V = 0$ est celle du régime hydraulique permanent. Le pic de surpression interstitielle observé au voisinage du front de taille pour $V = \infty$ est certainement dû à des instabilités numériques liées aux singularités de la géométrie et de la vitesse de creusement.
- Pour un massif poro-plastique parfait (de Tresca), dans le cas drainé, la convergence en une section donnée dépend de la vitesse de creusement. Elle semble d'autant plus importante que la vitesse est grande.
Les courbes de pressions interstitielles correspondant au cas drainé semblent très proches de celles relatives au massif poro-élastique.

III-7.3 Temps caractéristiques

Pour ce problème 2D axisymétrique nous définissons un temps caractéristique de diffusion identique à celui défini pour l'étude 1D en poro-élasticité :

$$\tau_d = R_i^2 / \alpha \text{ où } \alpha = k M \frac{\lambda_0 + 2\mu}{\lambda + 2\mu}$$

Nous définissons également un temps caractéristique de creusement tenant compte de la vitesse d'avancement du front de taille :

$$\tau_c = R_i / V$$

Ainsi, on peut poser :

$$\xi = \frac{\tau_d}{\tau_c} = \frac{R_i}{\alpha} V \quad (3.116)$$

où ξ est un nombre adimensionnel caractérisant le creusement d'un tunnel en milieu poreux saturé.

- Si $\xi > 10$ alors on peut considérer que le tunnel est creusé instantanément et appliquer le principe d'équivalence.
- Si $0 < \xi < 0,1$ alors on peut considérer que le régime hydraulique quasi-permanent a le temps de s'établir entre deux pas de creusement successifs.

III-7.4 Détermination de la contrainte fictive de soutènement

Les allures des courbes de convergences du tunnel non soutenu, présentées dans les figures III.33 et III.35, suggèrent l'existence de contraintes fictives de soutènement appliquées en paroi (cf. I-7.1a). Celles-ci, comme leur nom l'indique, ne sont pas réelles mais rendent compte de la proximité du front de taille dans une représentation 2D en déformation plane ou 1D. Elles permettent le passage du problème 3D à un problème 2D en déformation plane équivalent. Le chargement initial étant isotrope, on en déduit que la contrainte fictive, notée σ_i^f , est normale à la paroi (σ_i^f est une *contrainte totale*).

On sait que σ_i^f décroît en valeur absolue en fonction de x (distance par rapport au front de taille) dans la partie excavée ($x \geq 0$) jusqu'à atteindre la valeur nulle loin du front de taille. Par exemple, de la connaissance, même approximative, de $U_i(x)$ on peut déduire l'expression de $\sigma_i^f(x)$ à partir de la relation liant U_i et σ_i déduite de l'étude analytique 1D (cf. II-6.1 pour le cas monophasique viscoplastique, par exemple).

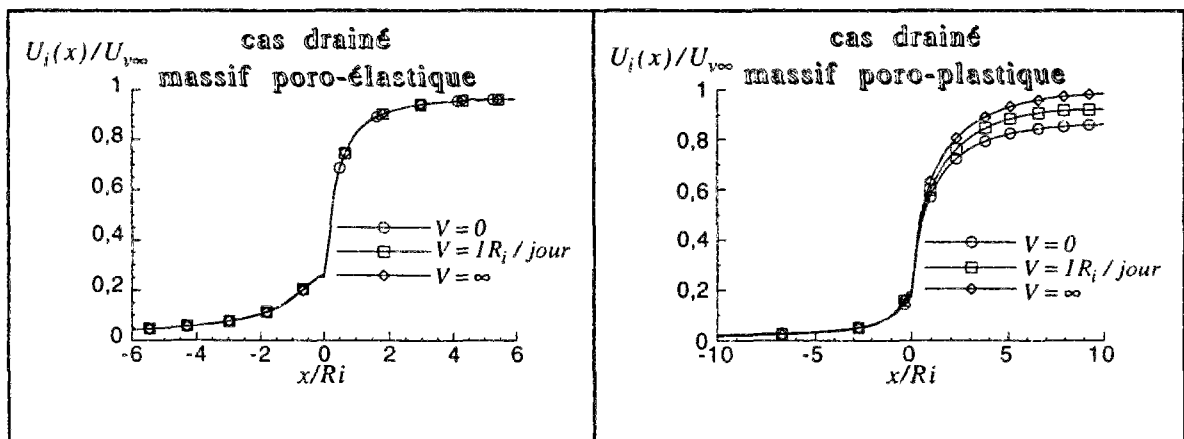


Figure III.38 :
convergence en paroi en fonction de la distance au front à l'équilibre final.

Figure III.39 :
convergence en paroi en fonction de la distance au front à l'équilibre final.

Les figures III.38 et III.39 montrent les courbes de convergence respectivement pour un massif poro-élastique et poro-plastique pour le cas drainé correspondant à un instant "très grand" après la fin du creusement. C'est-à-dire quand le régime hydraulique permanent est établi. Seules les vitesses de creusement non nulles sont concernées par une éventuelle évolution.

III-7.4a Cas du massif poro-élastique linéaire

Pour un tunnel non soutenu, en appliquant la définition de la contrainte fictive de soutènement, la relation (3.45d) donne (puisque $U_i = -u(R_i, t)/R_i$) :

$$U_i = \frac{1}{2\mu}(\sigma_i^f - \sigma_\infty) \quad (3.117)$$

En comparant les figures III.33 et III.38 on remarque que les convergences U_i en paroi (dans la partie excavée) n'évoluent pas au cours du temps après la fin du creusement. A partir des remarques mentionnées en III-7.2b et de la relation (3.117) on déduit que σ_i^f ne dépend que de x (distance au front de taille) en plus des caractéristiques mécaniques du massif. En particulier, $\sigma_i^f(x)$ est indépendante de la vitesse de creusement, on choisit donc d'explicitier son expression pour le cas où $V = \infty$ car le principe d'équivalence (cf. III-4.2) s'applique. Dans ce cas, la courbe $U_i(x)$ est identique à celle correspondant au cas d'un massif monophasique à comportement élastique linéaire avec caractéristiques non drainées. De plus, l'expression de $U_i(x)$ est connue approximativement (cf. annexe A1) :

$$U_i(x) = a_{el}^0(x)(U_{v\infty} - U_{vf}) + U_{vf} \quad (3.118)$$

où $U_{v\infty}$ est donné par la relation (3.114a) et $U_{vf} = 0,3 U_{v\infty}$ est la convergence au front de taille.

a_{el}^0 désigne la fonction de forme d'un tunnel non soutenu creusé dans un massif élastique linéaire.

$$a_{el}^0(x) = 1 - \left(\frac{0,84}{x/R_i + 0,84} \right)^2$$

Ainsi, $\sigma_i^f(x)$ est déduite à partir des relations (3.117) et (3.118).

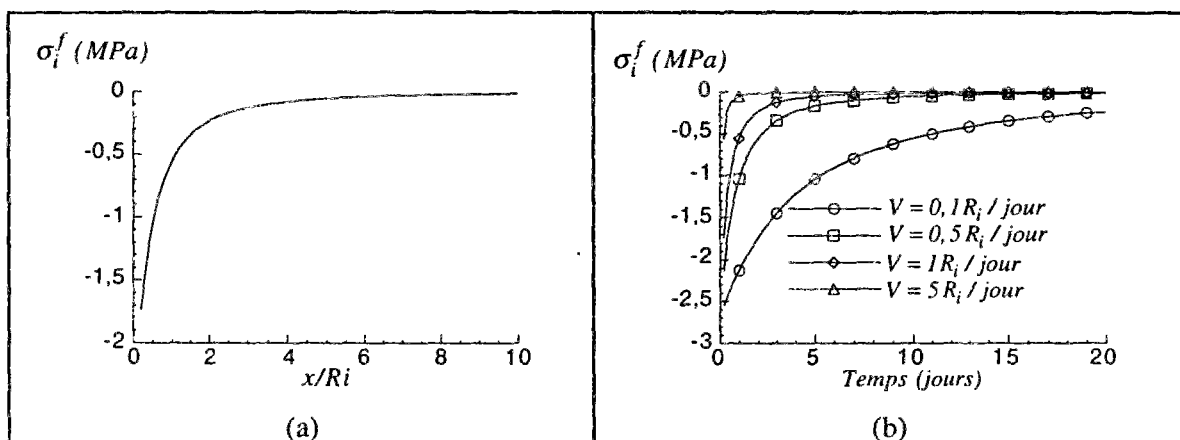


Figure III.40 : contrainte fictive de soutènement. Massif poro-élastique.

Pour une section donnée du tunnel non soutenu, dans une étude 2D en déformation plane, si $t = 0$ désigne l'instant de passage du front de taille, à l'instant $t > 0$ donné, la contrainte fictive appliquée en paroi est : $\sigma_i^f(t) = \sigma_i^f(x/V)$ où V est la vitesse d'avancement du front de taille (figure III.40b).

Remarque :

Les expressions $\sigma_i^f(x)$ et $\sigma_i^f(t)$ (pour une vitesse de creusement donnée) ne sont valables que pour $x \geq 0$ et $t \geq 0$ c'est-à-dire derrière le front de taille, dans la zone excavée. Ceci ne présente pas d'inconvénient car σ_i^f sert surtout dans les représentations 2D en déformation plane pour simuler la proximité du front de taille lors de la pose du soutènement, or celui-ci est généralement posé dans la partie déjà excavée à une certaine distance du front de taille.

III-7.4b Cas du massif poro-élasto-plastique (critère de Tresca)

De même que pour le cas du massif poro-élastique linéaire, on constate que la convergence en paroi dans la partie excavée (du tunnel non soutenu) n'évolue pas après l'arrêt du creusement (voir figures III.35 et III.39). L'étude analytique du tunnel 1D en milieu poro-élasto-plastique (cf III-6) nous montre que lorsque le chargement mécanique $\sigma_i(t)$ en paroi *drainante* atteint sa valeur finale et reste constant, la convergence en paroi reste bloquée malgré la diffusion de la pression interstitielle à l'intérieur du massif. L'exemple d'application traité en III-6.6a nous montre aussi que pour deux chargements mécaniques ayant des vitesses différentes mais la même valeur finale engendrent en paroi des convergences finales différentes.

Ce résultat nous pousse à considérer l'hypothèse selon laquelle la contrainte fictive σ_i^f dépend seulement de la distance au front de taille en plus, évidemment, des caractéristiques poro-élasto-plastiques du massif : $\sigma_i^f(x)$ est indépendante de la vitesse de creusement. Cette hypothèse sera validée *a posteriori* (voir figures III.41 et III.42).

On choisit d'expliciter $\sigma_i^f(x)$ pour le cas où $V = \infty$ car le principe d'équivalence (cf. III-4.2) s'applique. Dans ce cas, la courbe $U_i(x)$ et la relation liant U_i à σ_i^f sont identiques à celles correspondant au tunnel 1D creusé dans un massif monophasique à comportement plastique parfait de Tresca avec caractéristiques non drainées. Elles sont données par les relations (3.119) et (3.120) suivantes :

$$U_i(x) = a_p^0(x)(U_{v\infty} - U_{vf}) + U_{vf} \quad (3.119)$$

$$U_i = \frac{1}{2(\lambda + \mu)} \left[\sigma_i^f - \sigma_\infty - C \frac{\lambda + 2\mu}{\mu} \exp\left(\frac{\sigma_i^f - \sigma_\infty - C}{C}\right) \right] \quad (3.120)$$

où $U_{v\infty}$ est donné par l'expression (3.114b). U_{vf} est la convergence au front de taille : $U_{vf} = 0,3U_{v\infty}$

a_p^0 représente la fonction de forme du tunnel non soutenu creusé dans un massif monophasique plastique (cf. Annexe A1).

$$a_p^0(x) = 1 - \left(\frac{0,84}{\frac{x}{R_p} + 0,84} \right)^2 \quad \text{où } R_p \text{ est le rayon plastique pour une section non soutenue située loin}$$

du front de taille.

$$R_p = R_i \exp\left(\frac{-\sigma_\infty - C}{2C}\right) \text{ pour le massif monophasique équivalent de Tresca.}$$

Les relations (3.119) et (3.120) permettent donc de déterminer l'expression de $\sigma_i^f(x)$. Celle-ci, ainsi que $\sigma_i^f(t) = \sigma_i^f(x/V)$ sont représentées dans les figures III.41a et III.41b. Les données sont celles considérées dans l'étude numérique 1D (cf. III-3.2a). Les figures III.42a et III.42b montrent, respectivement, les courbes $U_i(x)$ et $U_i(t)$ correspondantes à $\sigma_i^f(x)$ et $\sigma_i^f(t)$, et déduites à partir de l'étude analytique (cf. III-6).

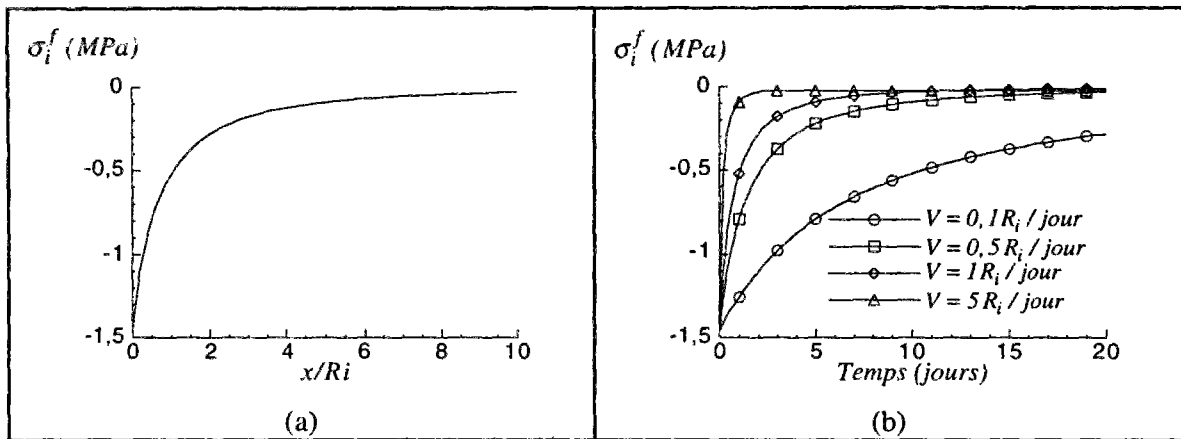


Figure III.41 : contrainte fictive de soutènement. Massif poro-plastique.

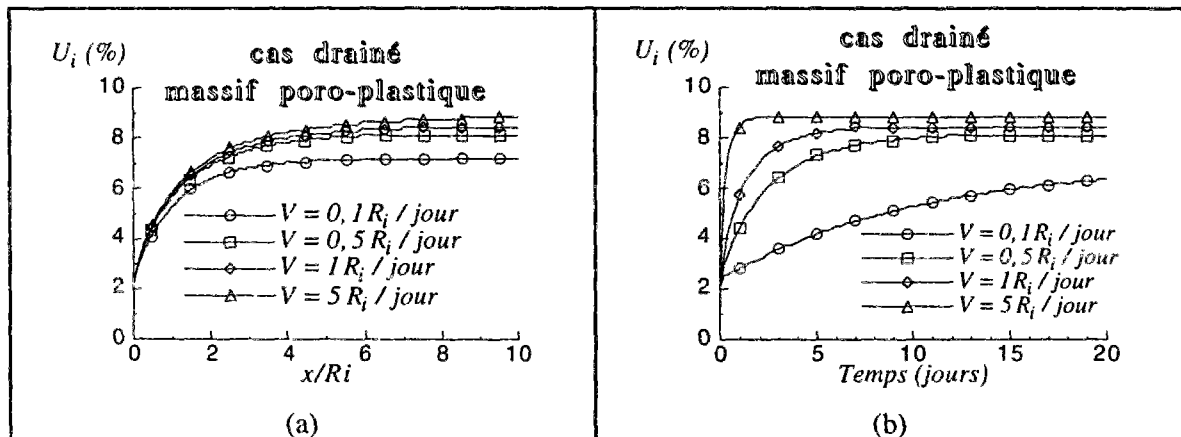


Figure III.42 : Convergence en paroi en fonction de la vitesse de creusement (analytique). Tunnel non soutenu.

III-7.4c Remarques

Pour un problème donné de tunnel profond creusé en milieu poro-élasto-plastique, on calcule $\sigma_i^f(x)$ à partir des relations (3.119) et (3.120). On compare la valeur $\sigma_i^f(0)$ à σ_{i0} (contrainte de soutènement critique pour un chargement instantané, voir III-4.2) :

- si $\sigma_i^f(0) \geq \sigma_{i0}$, cela signifie que, même au voisinage immédiat du front de taille, la zone plastique s'est déjà développée autour de la paroi du tunnel. L'expression de $\sigma_i^f(x)$ ainsi calculée est correcte dans toute la partie excavée ($x \geq 0$).
- si $\sigma_i^f(0) < \sigma_{i0}$, cela signifie que, au voisinage du front de taille, la massif reste élastique. Donc c'est l'expression $\sigma_i^f(x)$ du massif poro-élastique linéaire, issue des relations (3.117) et (3.118) qu'il convient de prendre ici. Celle-ci reste valable tant que $\sigma_i^f(x) < \sigma_{i0}$ dans la partie excavée. Au delà, la zone plastique fait son apparition et c'est l'expression de $\sigma_i^f(x)$ issue des relations (3.119) et (3.120) qui est valable.

Dans le cas où le front de taille avance à vitesse constante, on a $\sigma_i^f(t \rightarrow \infty) = \sigma_i^f(x \rightarrow \infty) = 0$ (section située loin du front de taille). Suivant la valeur de σ_i^f au front de taille, les configurations possibles pour toute section du tunnel non soutenu dans la partie excavée correspondent aux troisième et quatrième cas étudiés dans le paragraphe III-6.6.

III-7.5 Cas du tunnel soutenu.

Nous considérons toujours le cas du tunnel profond creusé en milieu poreux saturé et satisfaisant aux conditions d'axisymétrie. Le front de taille avance avec une vitesse V constante et le soutènement éventuel est posé à une distance d_0 (constante) du front de taille.

On note t_0 l'instant de pose du soutènement ($t_0 = d_0/V$). La contrainte exercée en paroi s'écrit, à tout instant :

$$\sigma_i(t) = \begin{cases} \sigma_i^f(t) & \text{si } t \leq t_0 \\ \sigma_i^f(t) + \sigma_i^s(t) & \text{si } t > t_0 \end{cases} \quad (3.121)$$

où $\sigma_i^s(t) = -K_s(U_i(t) - U_0)$ représente la contrainte exercée par le massif sur le soutènement. $U_i(t)$ la convergence (comptée positive) en paroi du tunnel soutenu, $U_0 = U_i(t_0)$ la convergence en paroi du tunnel non soutenu au moment de la pose du soutènement. K_s est la rigidité du soutènement qui a un comportement poro-élastique linéaire.

On sait, par définition que $\dot{\sigma}_i^f(t) > 0$. A chaque instant, on a $\dot{U}_i(t) \geq 0$ (car le soutènement agit passivement, il ne peut provoquer un changement du sens de la convergence de la paroi), donc $\dot{\sigma}_i^s(t) = -K_s \dot{U}_i(t) \leq 0$. Cependant, l'étude présentée au III-6.7 nous prouve que $\dot{\sigma}_i(t) \geq 0$.

Nous pouvons mener une étude analytique 1D du tunnel soutenu dans un massif poro-élastique linéaire ou poro-plastique avec critère de Tresca, analogue à celles menées, respectivement, dans III-5 et III-6 où $\sigma_i(t)$ est définie à partir de (3.121). $U_i(t)$ est, évidemment, une inconnue du problème.

A l'équilibre final, on note :

$$\begin{aligned} U_{eq} &= U_i(t \rightarrow \infty) = U_i(x \rightarrow \infty) \\ \sigma_{eq} &= \sigma_i(t \rightarrow \infty) = \sigma_i(x \rightarrow \infty) \end{aligned} \quad (3.122)$$

La pression mécanique, à long terme, exercée sur le soutènement s'écrit : $P_{eq} = -\sigma_{eq}$.

III-7.5a Cas du massif poro-élastique linéaire

Nous avons vu que la convergence à l'équilibre en paroi du tunnel non soutenu, en conditions drainées, est indépendante de la vitesse de creusement pour le massif poro-élastique linéaire. Ce résultat important est généralisable au cas du tunnel soutenu et aussi en conditions non drainées. Car la relation liant U_i à σ_i , définie par : $U_i = \frac{l}{2\mu}(\sigma_i - \sigma_\infty)$ ne fait pas intervenir la vitesse de creusement par l'intermédiaire d'une dérivée temporelle et le module de cisaillement μ a la même valeur en conditions drainées et non drainées.

Le point d'équilibre ($U_{eq}, -\sigma_{eq}$) appartient donc à la courbe de terrain classique (qui est une droite, ici) dans le plan ($U_i, -\sigma_i$).

III-7.5b Cas du massif poro-élasto-plastique de Tresca

Cas drainé

Les figures III.45a et III.45b présentent des résultats de l'étude analytique 1D appliquée au cas du tunnel soutenu. Dans cet exemple, les données sont celles mentionnées en III-3.2a, la vitesse de creusement est $V = l R_i / \text{jour}$ et le temps de pose du soutènement est $t_0 = l \text{ jour}$ ($d_0 = R_i$).

Nous constatons qu'il est possible d'en déduire les valeurs *approximatives* de U_{eq} et σ_{eq} . Le terme "approximatif" se réfère au fait que dans le calcul analytique de $U_0 = U_i(t = t_0)$, on ne tient pas compte du soutènement déjà posé auparavant, du coup, on surestime les valeurs de U_{eq} et σ_{eq} .

L'erreur est d'autant plus importante que le soutènement est rigide et qu'il est posé près du front de taille. La comparaison entre les figures III.45 et III.46 le montre.

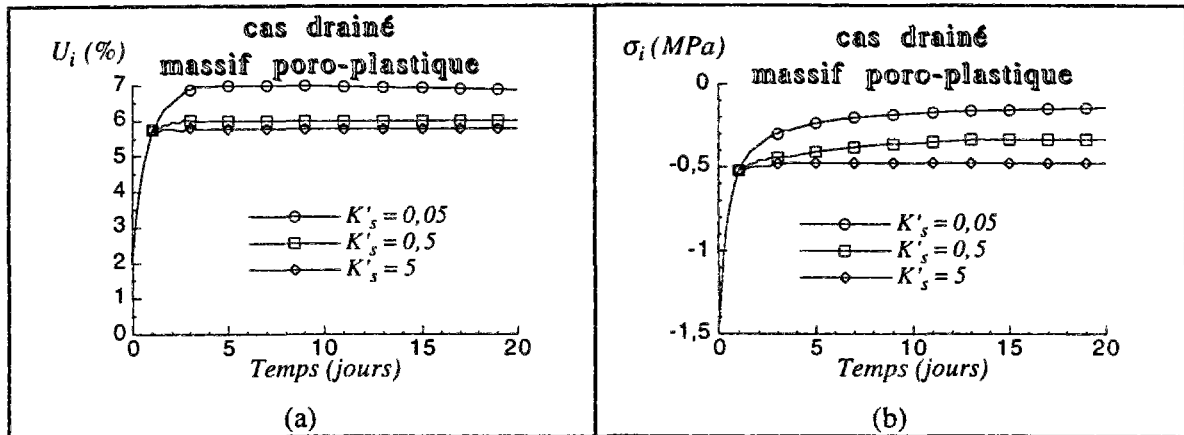


Figure III.45 : évolution de la convergence (a) et de la contrainte de soutènement (b) analytiques pour un tunnel soutenu.

Les figures III.46a et III.46b présentent, respectivement, les courbes de convergence d'un tunnel soutenu et les contraintes radiales en paroi issues d'un calcul numérique par éléments finis. Les données sont les mêmes que celles relatives à l'exemple analytique ci-dessus, sauf en ce qui concerne les rigidités de soutènement. La rigidité réduite K'_s est définie par : $K'_s = K_s / E_0$, E_0 étant le module d'Young drainé du massif.

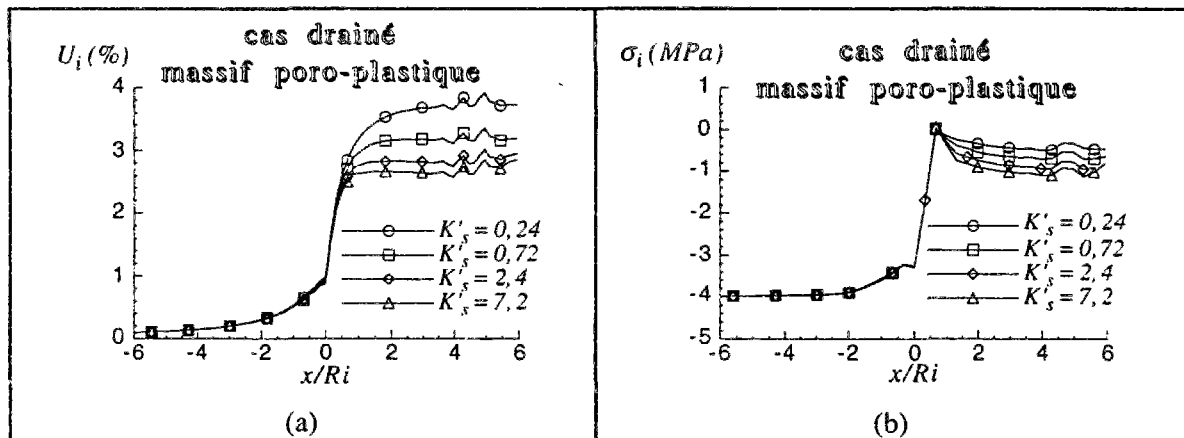


Figure III.46 : Allures des convergences (a) et des contraintes de soutènement (b) à l'équilibre final. Calcul E.F., tunnel soutenu.

On voit bien que la convergence en paroi au moment de la pose du soutènement dépend de la rigidité du soutènement ($U_0 = U_i(x = d_0)$).

La figure III.47 représente les courbes de terrain ($U_i, -\sigma_i$) correspondant à un calcul instantané (tunnel creusé avec une vitesse très grande, cf. III-4.2) et sous régime hydraulique permanent (tunnel creusé avec une vitesse très faible, cf. III-4.3). Les points d'équilibre ($U_{eq}, -\sigma_{eq}$) issues des courbes des figures III.46a et III.46b y sont représentés. On rappelle que ces derniers se réfèrent à un tunnel soutenu creusé avec une vitesse $V = 1 R_i / \text{jour}$. On remarque qu'ils se situent entre les deux courbes de terrain.

Il semble difficile d'élaborer une méthode simplifiée qui puisse calculer le point d'équilibre, avec une bonne précision, pour n'importe quelle vitesse de creusement. Les paramètres d'équilibre peuvent cependant être bornés par ceux correspondant aux vitesses nulle et infinie ou estimés approximativement par l'étude analytique, qui est cependant assez difficile à programmer.

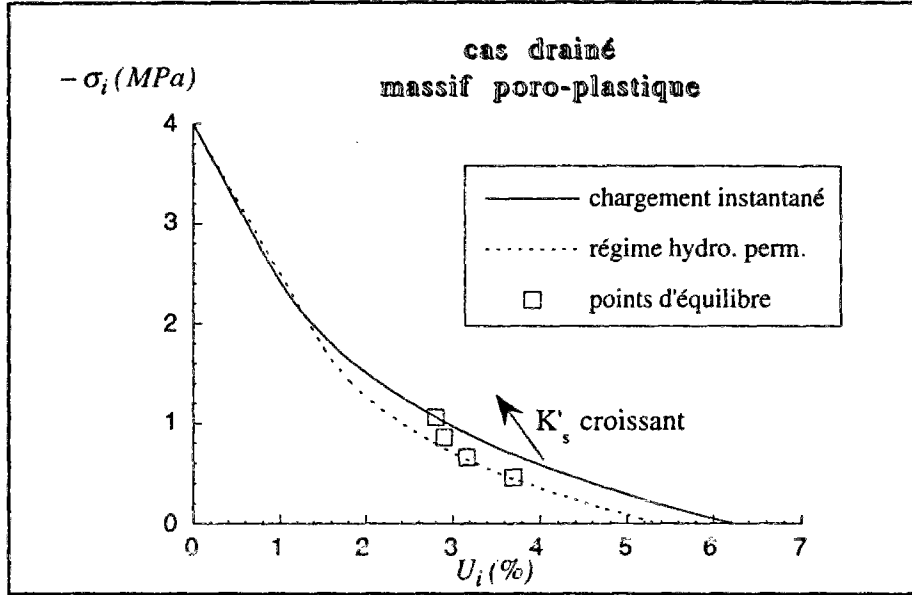


Figure III.47 : courbes de terrain et points d'équilibre.

Cas non drainé

On rappelle que dans le cas non drainé, le flux hydraulique est nul à travers la paroi et le front de taille. Ce cas pourrait correspondre au creusement par un tunnelier à pression de confinement avec mise en place d'un soutènement considéré imperméable. Au paragraphe III-6.5, nous avons montré que dans le cas du tunnel 1D avec paroi imperméable et chargement monotone, à l'équilibre final, on se trouve en configuration ZP-ZE. Pour un tunnel soutenu creusé à vitesse constante, nous savons que dans le cas drainé le chargement reste monotone. Nous faisons l'hypothèse qu'il l'est aussi dans le cas non drainé. De plus, on sait qu'à l'équilibre final, on a $p = p_\infty$ dans tout le massif. Des relations (3.70) et (3.72) nous déduisons :

$$U_{eq} = -\frac{l}{2(\lambda_0 + \mu)} \left[\sigma_{eq} - \sigma_\infty - \frac{\lambda_0 + 2\mu}{\mu} C (y_{eq}/R_i)^2 \right] \quad (3.122a)$$

$$\sigma_{eq} - \sigma_\infty - C - 2C \text{Log}(y_{eq}/R_i) = 0 \quad (3.122b)$$

où y_{eq} est le rayon de la zone plastique à l'équilibre final.

Les deux relations précédentes conduisent à la relation suivante, liant U_{eq} et σ_{eq} :

$$U_{eq} = -\frac{l}{2(\lambda_0 + \mu)} \left[\sigma_{eq} - \sigma_\infty - \frac{\lambda_0 + 2\mu}{\mu} C \exp\left(\frac{\sigma_{eq} - \sigma_\infty - C}{C}\right) \right] \quad (3.123)$$

Cette dernière relation donne le lieu géométrique, *indépendant de la vitesse de creusement*, des points d'équilibre dans le plan $(U_i, -\sigma_i)$. Cependant, la valeur de U_0 (convergence en paroi lors de la pose du soutènement) demeure inconnue. Celle-ci dépend, entre autres, de la vitesse de creusement et de la rigidité du soutènement. Lors de la pose du soutènement, on est en régime hydraulique transitoire où le champ de pression interstitielle est une inconnue. Mais pour la détermination de U_0 , nous faisons une hypothèse selon la valeur de ξ (cf. III-7.3) :

si $\xi > 10$ alors U_0 a la même valeur que si $V = \infty$.

si $\xi < 0,1$ alors U_0 a la même valeur que si $V = 0$.

Pour les valeurs intermédiaires de ξ , on peut calculer U_0 à partir d'une interpolation linéaire.

Dans le premier cas, le principe d'équivalence s'applique (cf. III-4.2), le problème est équivalent au creusement d'un tunnel soutenu dans un massif monophasique de Tresca avec caractéristiques *non drainées*. La Nouvelle Méthode Implicite (cf. annexe A1) donne une bonne approximation de U_0 .

Dans le second cas, le régime hydraulique est permanent et $p = p_\infty$ dans tout le massif. La loi de comportement (3.9) indique que le problème est équivalent au creusement d'un tunnel soutenu dans un massif monophasique de Tresca avec caractéristiques *drainées*. Là aussi, la Nouvelle Méthode Implicite (cf. Annexe A1) donne une bonne approximation de U_0 .

Ensuite, le point d'équilibre $(U_{eq}, -\sigma_{eq})$ est déterminé à partir de la relation (3.123) alliée à la relation $\sigma_{eq} = -K_s(U_{eq} - U_0)$. Donc la position du point d'équilibre sur la courbe de terrain (3.123) dépend, notamment, de la vitesse de creusement par l'intermédiaire de U_0 .

Nous constatons que le cas non drainé est analogue au cas du massif monophasique viscoplastique étudié précédemment (cf. partie II). En effet, indépendamment de la vitesse de creusement, le point d'équilibre appartient à une courbe de terrain fixe. Cependant, sa position dépend de la valeur de U_0 qui, elle, est calculée pendant la phase de creusement et dépend donc de tous les paramètres dimensionnants, en particulier, la vitesse de creusement.

Pour certains jeux de données, il est possible que la valeur de σ_{eq} soit inférieure, en valeur absolue, à βp_∞ . Dans ce cas, il existerait des zones de tractions pour les contraintes effectives plastiques radiales dans le massif, au voisinage du soutènement. Le modèle plastique considéré ici (Tresca) n'est pas apte à représenter ce phénomène. Il conviendrait de faire chuter la cohésion du matériau dès que les contraintes effectives s'annulent quand la pression interstitielle remonte dans le cas d'une excavation en conditions non drainées.

III-8 APPLICATION AU CALCUL 2D EN DÉFORMATION PLANE

L'objet de ce paragraphe est l'évaluation des tassements engendrés par le creusement d'un tunnel à l'aide d'un tunnelier à pression d'air sous la nappe phréatique. La réalisation de ce projet a été menée par le groupement SOLETANCHE-BESSAC.

Le tunnel est un collecteur soutenu par des voussoirs en béton.

Rayon d'excavation : $R_i = 1,60\text{ m}$, épaisseur des voussoirs : $e = 0,15\text{ m}$.

La longueur de l'ouvrage vaut 95 m environ et sa couverture varie entre $15,70\text{ m}$ et $16,75\text{ m}$. Le profil géologique fait apparaître des remblais, alluvions anciennes, argiles plastiques, argile noire, sable argileux, marnes de Meudon, calcaire et craie. Le siphon passe sous le pont RATP reliant Saint-Germain-En-Laye à Paris. Ce pont est constitué de deux culées et d'une pile. L'évaluation des tassements est faite au niveau de cet ouvrage qui est le plus sensible du trajet (figure III.48). A cette section, la profondeur de l'axe du tunnel est $h = 16,95\text{ m}$.

Les hypothèses de ce problème sont très différentes de celles du problème du tunnel profond tel qu'on l'a étudié jusqu'à maintenant. Néanmoins, pour le calcul du taux de déconfinement lors de la pose du soutènement nous ferons l'hypothèse du tunnel profond en prenant certaines précautions (cf. III-8.2b).

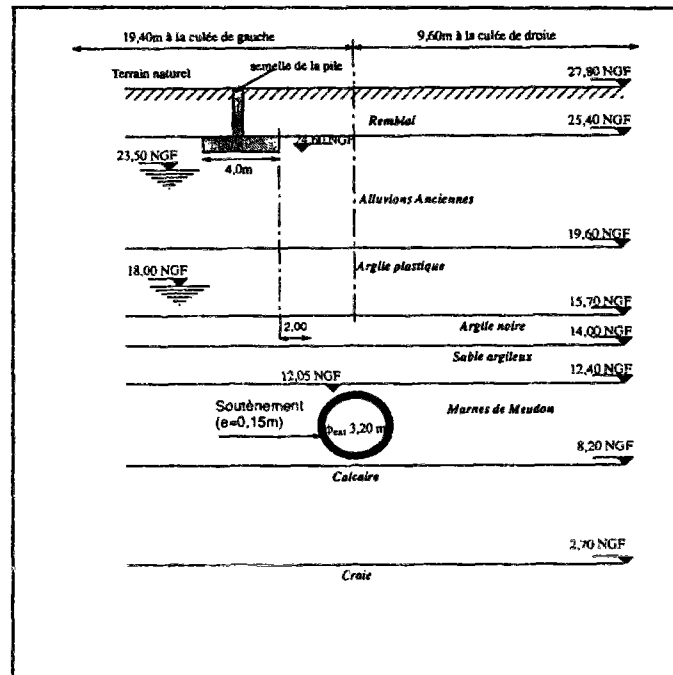


Figure III.48 : profil géologique de l'ouvrage (d'après document Soletanche)

Remarque :

L'étude de ce projet a été réalisée par le bureau d'études de SOLETANCHE-ENTREPRISE. Les calculs par éléments finis ont été réalisés à l'aide du logiciel CESAR-LCPC en deux principales

étapes : excavation et pose du soutènement (caractéristiques des sols à court terme, non drainées) puis calcul de l'équilibre final (caractéristiques des sols à long terme, drainées, avec ajout de la pression hydraulique de la nappe). Ces calculs ont été réalisés avec le module MCNL ou TCNL (Humbert 1989) en considérant les sols comme matériaux monophasiques. Les couplages hydro-mécaniques ne sont pas explicitement pris en compte.

De notre côté, nous réalisons ce calcul à l'aide du module MPNL (Milieux Poreux Non Linéaires) du code CESAR-LCPC muni du sous-module permettant la simulation complète de l'excavation que nous avons adapté au cas des milieux poreux saturés.

III-8.1 Caractéristiques des sols

Les couches de Calcaire et de Craie sont supposées avoir un comportement poro-élastique linéaire. Les autres couches ont un comportement poro-élasto-plastique parfait suivant un critère de Mohr-Coulomb sans dilatance. Les cohésions et angles de frottement mentionnés dans le tableau ci-dessous ainsi que les modules d'Young et coefficients de Poisson correspondent aux conditions drainées.

	γ (MN/m ³)	C (MPa)	φ (deg)	E_0 (MPa)	ν_0	K'_0	K_h (m/s)
Remblai	0,018	0,005	30	16	0,3	0,5	6.10^{-5}
Alluvions anciennes	0,020	0	37	130	0,3	0,39	6.10^{-5}
Argile plastique	0,021	0,014	17	20	0,45	1	10^{-9}
Argile noire	0,021	0,014	17	25	0,45	1	10^{-9}
Sable argileux	0,021	0	25	33	0,4	0,5	10^{-9}
Marnes de Meudon	0,021	0,01	35	60	0,3	0,5	$3,5.10^{-6}$
Calcaire	0,021	-	-	100	0,3	0,5	$3,5.10^{-6}$
Craie	0,022	-	-	120	0,3	0,5	$3,5.10^{-6}$

Tableau III.1 : caractéristiques des sols.

K_h désigne la perméabilité hydraulique.

K'_0 désigne le coefficient des terres au repos : $K'_0 = \frac{\sigma'_v}{\sigma'_h}$ où σ'_v et σ'_h sont les contraintes effectives, respectivement, verticale et horizontale à l'état initial.

Le soutènement est composé de voussoirs en béton ayant un comportement poro-élastique linéaire : $\gamma = 0,025 \text{ MN/m}^3$; $E_0 = 10^4 \text{ MPa}$; $\nu_0 = 0,2$; $K_h = 10^{-10} \text{ m/s}$.

D'autres caractéristiques poro-élastiques nous manquent (b , β , ϕ et M) car elles n'ont pas fait l'objet d'une détermination expérimentale. Nous leur avons donc affecté des valeurs déterminées sur des terrains analogues et fournies par la littérature :

- pour les remblais et alluvions anciennes : $\phi = 0,4$; $b = \beta = 1$; $M = 7500 \text{ MPa}$.
- pour les argiles plastiques, argile noire et sables argileux :
 $\phi = 0,2$; $b = \beta = 1$; $M = 7500 \text{ MPa}$.
- pour les calcaire et craie : $\phi = 0,4$; $b = 1$; $M = 7500 \text{ MPa}$.
- pour les voussoirs en béton : $\phi = 0,4$; $b = 0,8$; $M = 10^5 \text{ MPa}$.

III-8.2 Etapes de calcul

III-8.2a Maillage

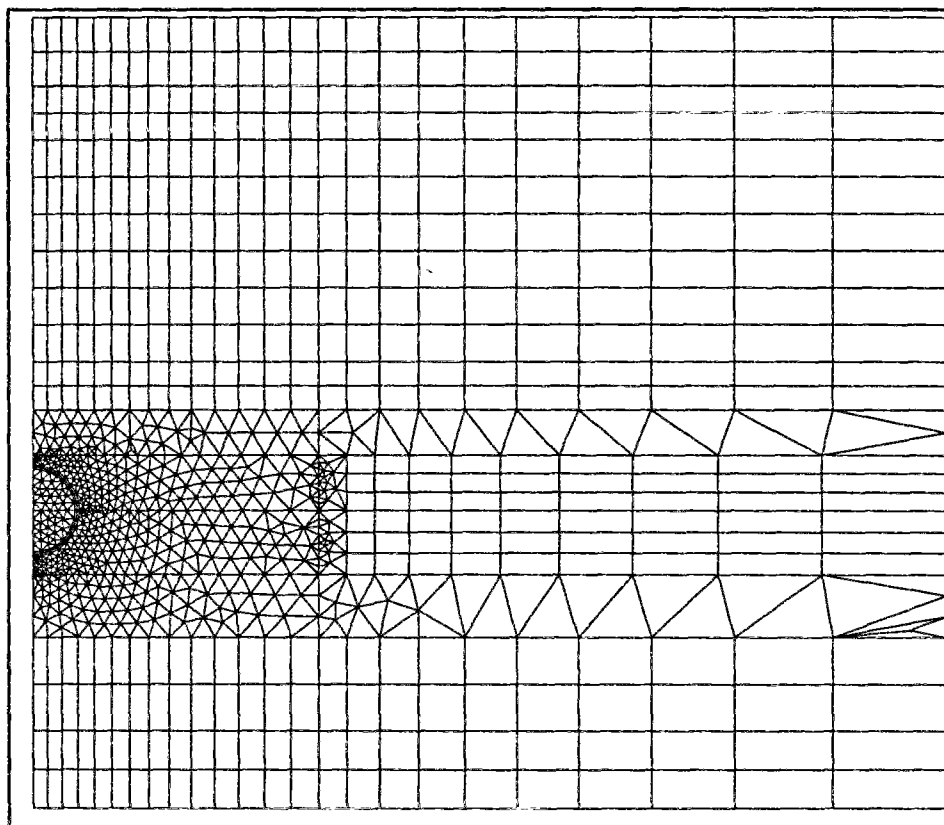


Figure III.49 : schéma du maillage 2D pris en compte.

Il existe deux nappes phréatiques séparées par un horizon imperméable composé des argiles plastiques, des argiles noires, des sables argileux et des marnes de Meudon. Cependant, les calculs qui suivent tiennent compte d'une seule nappe dont la surface libre au repos se situe à la côte 23,5 NGF (voir figure III.48).

De plus, nous n'avons pas modélisé la pile de pont représentée dans la figure III.48, ni les efforts qu'elle transmet. Ces efforts ont certes une importante influence sur les contraintes exercées sur le soutènement mais pas sur les tassements enregistrés en surface, ce qui constitue le but de cette étude.

Par symétrie du problème, nous avons donc maillé la moitié du domaine (voir figure III.49). Le maillage comprend 3515 noeuds appartenant à 1464 éléments (470 éléments rectangulaires à 8 noeuds et 994 éléments triangulaires à 6 noeuds). Il existe 11 groupes d'éléments prévus pour représenter les sols, le soutènement et les terrains excavés.

Les faces latérales sont bloquées en déplacement horizontal, le flux hydraulique horizontal y est nul. La face inférieure est bloquée en déplacement vertical, le flux hydraulique vertical y est nul également.

III-8.2b Calcul du taux de déconfinement lors de la pose du soutènement (λ_0)

La figure III.50 représente un schéma du tunnelier à pression d'air.

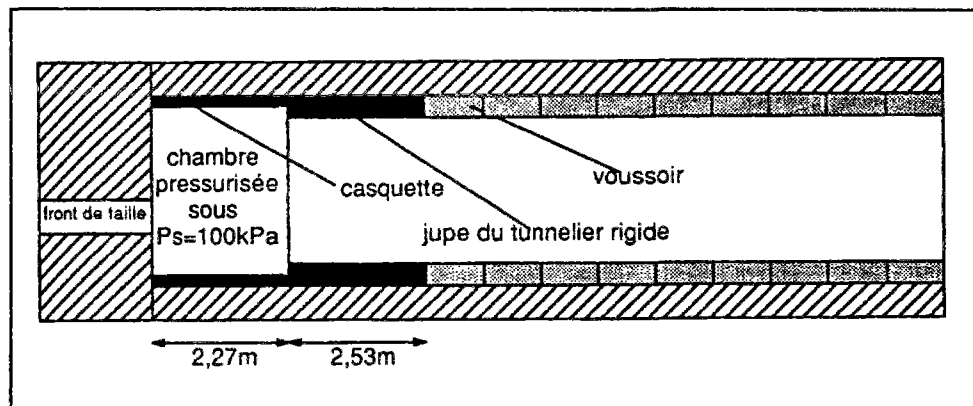


Figure III.50 : schéma simplifié du tunnelier à pression d'air (d'après document Soletanche)

La jupe du tunnelier est indéformable, la convergence en paroi au moment de la pose du soutènement est identique à celle immédiatement devant la jupe. La distance de pose est donc $d_0 = 2,27 \text{ m}$.

Le terrain considéré ici est celui qui se trouve au dessus de la clé du tunnel et qui a de faibles caractéristiques : les sables argileux. Ses caractéristiques non drainées sont :

$$C_u = 0,08 \text{ MPa} ; \varphi_u \approx 0 ; E = 35 \text{ MPa} ; \nu \approx 0,5.$$

Le creusement s'effectue à vitesse approximativement constante ($V = 5 R_f / \text{jours}$) en conditions non drainées. On a $\xi = 21 > 10$, donc d'après l'étude menée au paragraphe III-7.5b, U_0 (ou λ_0) est calculé en appliquant le principe d'équivalence, c'est-à-dire en considérant le massif monophasique

équivalent avec ses caractéristiques élastiques non drainées et ses caractéristiques plastiques équivalentes.

Nous prenons comme contrainte in-situ la valeur de la contrainte totale initiale au centre du tunnel :

$$\sigma_{\infty} = -P_{\infty} = -351,35 \text{ kPa}.$$

La pression exercée par le tunnelier dans la zone non encore excavée est : $P_s = 100 \text{ kPa}$.

Donc, la contrainte in-situ réelle est : $\sigma_0 = \sigma_{\infty} + P_s = -251,35 \text{ kPa}$.

De là, en utilisant la Nouvelle Méthode Implicite (cf. annexe A1), on détermine :

$$U_0 = 1,8\% ; \lambda_0 \approx 0,8.$$

III-8.2c Phasage de calcul

Le phasage de calcul par éléments finis est le suivant :

- phase 1 : initialisation des contraintes et de la pression interstitielle dans les terrains.
- phase 2 : excavation avec un taux de déconfinement de 80%.
Application de la pression de soutènement du tunnelier : $P_s = 100 \text{ kPa}$.
- phase 3 : mise en place des voussoirs et déconfinement des 20% restant.
Annuler la pression de soutènement du tunnelier.
- phase 4 : évolution vers le long terme.

III-8.3 Résultats du calcul par éléments finis :

Phase de calcul	Tassement en surface dans l'axe du tunnel (en mm)
phase 2	6,8
phase 3	7,0
phase 4	7,2

Tableau III.2 : tassements maximaux aux différentes phases du calcul.

Parallèlement à ce calcul, nous en avons réalisé un autre où le soutènement est considéré perméable (à l'intérieur du tunnel et en paroi, au contact soutènement - massif, règne la pression atmosphérique $p = 0$). La figure III.51 présente les allures de la cuvette de tassements en surface à la fin de la phase 2 ainsi qu'à long terme (fin de la phase 4) pour les deux calculs drainé et non drainé.

L'abscisse x désigne, ici, la distance par rapport à l'axe vertical du tunnel. Les tassements, dans le cas drainé, sont centimétriques et probablement préjudiciables pour la pile de pont (voir figure III.48), contrairement au cas non drainé où les tassements restent millimétriques. Cette différence

s'explique par le fait que lorsque la paroi est drainante il y a chute de pression interstitielle dans les terrains au dessus du tunnel, ce qui entraîne une consolidation plus importante.

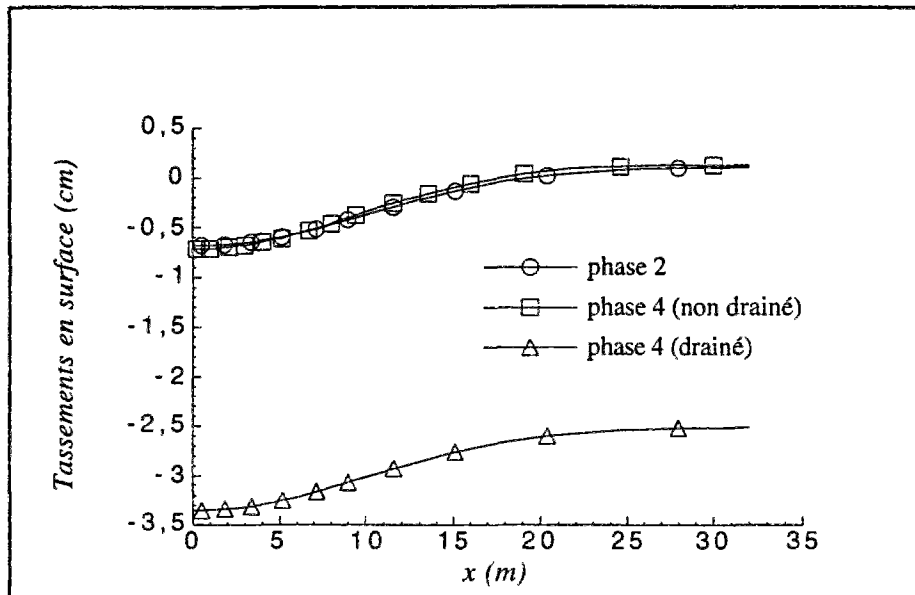


Figure III.51 : cuvettes de tassements calculées par éléments finis

III-8.4 Conclusions de l'étude

Pour un tunnel à faible profondeur, situé sous la nappe phréatique, les conditions hydrauliques imposées lors de l'excavation et de la mise en place du soutènement ont une grande influence sur les tassements. Ces derniers ont une évolution très limitée, à long terme, dans le cas non drainé. Dans ces conditions, la nappe phréatique reprend sa position initiale après la perturbation introduite par le creusement. Une partie de la contrainte totale supportée par le soutènement est due à la pression interstitielle qui règne au voisinage de l'ouvrage. Cependant cette dernière est minime à faible profondeur. Donc le choix porté sur le creusement à l'aide d'un tunnelier à pression d'air en conditions non drainées semble être bon.

D'après l'entreprise SOLETANCHE, les tassements maximaux calculés ci-dessus semblent corroborer les rares valeurs relevées in situ.

A notre connaissance, il est encore très rare que des bureaux d'études effectuent des calculs de tunnel, en présence d'eau, à l'aide du module MPNL du code CESAR-LCPC qui permet la modélisation des milieux poreux saturés, ce qui explique la difficulté pour trouver les caractéristiques poro-élasto-plastiques des sols. Il est vrai qu'à faible profondeur les couplages hydro-mécaniques sont faibles et les sols ne restent pas saturés d'eau lors de l'excavation. Cependant, nous avons montré que grâce au sous-module permettant la simulation des excavations en milieux poreux, que nous avons réalisé et associé au module MPNL, il est possible de réaliser de tels calculs de manière beaucoup plus aisée qu'avec les modules MPNL ou TCNL valables pour les milieux monophasiques.

III.9 CONCLUSION

Nous avons commencé par rappeler brièvement les équations d'état régissant le comportement d'un milieu poreux saturé isotherme selon le formalisme de Coussy (1991) et satisfaisant aux hypothèses classiques des petites perturbations. Les comportements poro-élastique linéaire et poro-élasto-plastique parfait ont été considérés et nous avons également rappelé les équations discrétisées permettant leur implantation dans un code de calcul par éléments finis.

Dans un premier temps, on s'est placé dans l'hypothèse unidimensionnelle du tunnel circulaire, infiniment long, creusé dans un massif biphasique, homogène et soumis à un chargement initial isotrope. Des calculs numériques ont été effectués. Ils ont montré que les paramètres d'équilibre du tunnel à long terme sont influencés par la vitesse du chargement mécanique en paroi du tunnel ainsi que par les conditions aux limites qui y sont imposées (paroi drainante ou imperméable). L'existence de zones de décharges élastiques a aussi été relevée. Les solutions analytiques correspondant à la réponse instantanée du tunnel à une sollicitation mécanique ainsi que dans le cas où le régime hydraulique est permanent ont été rappelées. Nous avons mené une étude analytique originale en régime transitoire pour un massif poro-élasto-plastique parfait de Tresca, qui a permis d'expliquer et de prédire les résultats numériques. L'influence et l'étendue des zones de décharges élastiques ont été explicitées.

En considérant un tunnel en géométrie 2D axisymétrique, on a simulé numériquement, par la méthode du creusement pas-à-pas, l'avancement du front de taille du tunnel avec une vitesse constante dans un milieu poreux saturé. Cette simulation a été effectuée grâce au code CESAR-LCPC auquel on a associé un utilitaire de simulation de creusement en milieux poreux saturés. Les principaux résultats numériques sont :

- si le massif est poro-élastique linéaire, l'équilibre final du tunnel, soutenu ou non, est indépendant à la fois de la vitesse de creusement et des conditions aux limites hydrauliques imposées pendant la phase de creusement ;
- si le massif est poro-élasto-plastique parfait, la vitesse de creusement a une nette influence sur l'équilibre final du tunnel, soutenu ou non, creusé en conditions drainées. Cette influence est plus limitée pour le cas du tunnel soutenu en conditions non drainées.

L'étude analytique présentée précédemment a permis, grâce à l'introduction de la notion de contrainte fictive de soutènement, de reproduire les résultats "constatés" numériquement.

Enfin, un exemple réel de tunnel peu profond a été étudié en 2D déformation plane. On a présenté une méthode originale de calcul de tels ouvrages creusés sous la nappe phréatique, en prenant en compte les couplages hydro-mécaniques. Les hypothèses sont, évidemment, un peu éloignés de

Tunnels profonds creusés en milieux poreux saturés.

celles se référant aux tunnels profonds, mais les résultats obtenus sur l'estimation des tassements en surface en fonction des conditions de creusement semblent corroborer les mesures in situ.

CONCLUSION GÉNÉRALE

L'étude bibliographique (cf. partie I) fait ressortir l'importance des différentes étapes dans l'étude et la réalisation d'un projet de tunnel. Parmi les particularités des tunnels profonds, on note l'importance des effets différés qui se manifestent dans le massif environnant le tunnel et qui influent sur l'équilibre final de l'ouvrage. Ces effets différés sont principalement dus à la viscosité du squelette solide du massif et (ou) à la diffusion du fluide interstitiel. Plusieurs auteurs notent l'importance de modéliser le comportement des ouvrages souterrains dans de tels milieux, ce qui est l'objet du travail présenté dans ce mémoire.

D'abord, nous nous sommes intéressés au cas d'un tunnel profond creusé dans un massif monophasique à comportement élasto-viscoplastique de Bingham. Une étude analytique 1D en coordonnées cylindriques, dans le cas où le critère plastique associé au modèle de Bingham est celui de Tresca ou Mohr-Coulomb, permet d'obtenir simplement la réponse en paroi et à l'intérieur du massif à un chargement mécanique monotone appliqué en paroi. Ce type de chargement pourrait simuler le creusement d'un tunnel et la mise en place du soutènement. Des calculs numériques 2D en axisymétrie mettent en évidence l'influence d'un nouveau paramètre sur l'équilibre final du tunnel soutenu : la vitesse d'avancement du front de taille. Son influence augmente avec sa valeur. Une étude adimensionnelle nous fournit le nombre minimum de paramètres à prendre en compte, puis une étude paramétrique numérique nous permet d'aboutir à une généralisation de la méthode convergence - confinement et de la Nouvelle Méthode Implicite aux massifs viscoplastiques. Cette dernière méthode simplifiée permet, avec une bonne précision, de calculer les paramètres d'équilibre final du tunnel soutenu. En outre, elle permet d'évaluer la convergence en paroi, donc le taux de déconfinement, lors de la pose du soutènement en fonction des différents paramètres dimensionnants.

Notre apport original essentiel sur ce sujet consiste donc à proposer une méthode simplifiée rigoureuse qui permet d'estimer, en fonction des paramètres dimensionnants essentiels, le taux de déconfinement moyen à la pose du soutènement. Cette connaissance permet ensuite aux bureaux d'études de préciser et justifier les calculs 2D en déformation plane qui sont, et vont rester, les outils privilégiés de calculs de dimensionnement de tunnels.

Pour l'étude de l'influence de la diffusion hydraulique, couplée avec le comportement mécanique, sur les tunnels, nous avons commencé par étudier la cavité cylindrique 1D en milieu poro-élastoplastique parfait, soumise à un chargement mécanique monotone. Nous nous sommes particulièrement intéressés au cas où le régime hydraulique est transitoire et couplé au comportement mécanique. L'influence des conditions aux limites hydrauliques imposées en paroi ainsi que l'histoire du chargement mécanique qui y est appliquée, ont été constatées numériquement et retrouvées analytiquement. Notamment l'existence de zones déchargées élastiquement dont

l'influence sur la vitesse de convergence en paroi est prépondérante dans le cas où la paroi est drainante.

Une étude numérique, par éléments finis, du tunnel non soutenu en géométrie 2D axisymétrique a été effectuée dans le cas où le creusement se fait en conditions drainées, ce qui est le cas le plus fréquent. Dans la partie excavée, la convergence en paroi est indépendante de la vitesse de creusement si le massif reste poro-élastique linéaire. Par contre, cette vitesse a une influence non négligeable sur la convergence en paroi si le massif est poro-plastique. Dès la fin du creusement, la convergence en paroi n'évolue presque plus. Ces résultats ont été retrouvés analytiquement grâce à l'étude 1D en introduisant une généralisation de la contrainte fictive de soutènement. Celle-ci ne dépend que des caractéristiques du massif et de la distance au front de taille. L'étude numérique du tunnel soutenu montre que son équilibre final dépend de l'histoire du chargement (vitesse de creusement et instant de pose du soutènement) et des conditions aux limites hydrauliques imposées lors du creusement. Dans le cas drainé, les points d'équilibre (U_{eq} , σ_{eq}) se situent entre les deux courbes de terrain correspondant, respectivement, à la réponse instantanée et à la réponse sous régime hydraulique permanent. Tandis que dans le cas non drainé, le lieu des points d'équilibre est déterminé analytiquement, cependant la convergence en paroi lors de la pose du soutènement reste fonction de la vitesse de creusement et de l'instant de pose. On notera par ailleurs, qu'après cette étude exhaustive du tunnel en milieu poro-plastique parfait, nous estimons que les méthodes approchées du type de celle que nous avons mise au point en viscoplasticité monophasique, ne sont pas facilement adaptables.

Enfin, nous avons appliqué ces derniers résultats au cas d'un calcul 2D en déformation plane d'un tunnel peu profond creusé sous la nappe phréatique en conditions non drainées pour estimer les tassements induits en surface.

Ce dernier point resterait à approfondir afin de convaincre les bureaux d'études d'exécuter leur calculs en déformation plane en tenant effectivement compte des couplages hydro-mécaniques lorsque ceux-ci sont présents, notamment dans les milieux peu perméables.

BIBLIOGRAPHIE

AFTES, 1979

Stabilité des tunnels par la méthode convergence-confinement. Tunnels et Ouvrages Souterrains, n° 32.

AFTES, 1983

Recommandations sur l'emploi de la méthode convergence-confinement. Tunnels et Ouvrages Souterrains, n° 59.

Adachi T., 1992

Simulation of Fenner-Pacher curve in NATM. Num. Models in Geomech., NUMOG IV, Swansea, pp. 663-673.

Adachi T., Oka F., 1993

An elasto-viscoplastic constitutive model for soft rock with strain softening. Proc. of Int. Symp. "Hard Soils - Soft Rocks", Athenes, Vol. 1, pp. 327-333.

Al Heib M., Laouini H., Piguet J.P., 1994

Le choix de la position d'un ouvrage par rapport à l'orientation des contraintes principales naturelles. Revue Française de Géotechnique, n° 68, pp. 33-39.

Amberg W.A., Lombardi G., 1974

Une méthode de calcul élasto-plastique de l'état de tension et de déformation autour d'une cavité souterraine. 3rd Cong. of ISRM, Washington D.C., Vol. 2, Part. B, pp. 1055-1060.

Anagnostou G., 1993

A model for swelling rock in tunnelling. Rock Mech. Rock Engng., n° 26, Vol. 4, pp. 307-331.

Anagnostou G., 1995a

Seepage flow around tunnels in swelling rock. Int. J. for Num. and Analyt. Meth. in Geomech., Vol. 19, pp. 705-724.

Anagnostou G., 1995b

The influence of tunnel excavation on the hydraulic head. Int. J. for Num. and Analyt. Meth. in Geomech., Vol. 19, pp. 725-746.

Anagnostou G., Kovari K., 1995

Quantitative interpretation of floor heaves in a tunnel through marl. Proc. 8th ISRM Cong., Tokyo, pp. 509-512.

André D., Balan A., Bouygues O., 1995

EOLE, la future ligne E du R.E.R. qui touche Paris au coeur. Tunnels et Ouvrages Souterrains, n° 128, pp. 75-78.

Atahan C., 1996

Modélisation numérique du creusement d'un tunnel à l'aide d'un bouclier à pression de boue. Tunnels et Ouvrages Souterrains, n° 133, pp. 53-58.

Attewell, 1977

Ground movements caused by tunnelling in soil. Coll. "Large Ground Movements", Kardiff.

Atwa M., Leca E., Rat M., Humbert P., 1994

Etude des écoulements hydrauliques vers les tunnels en régime transitoire. Bull. Liaison Labo. P. et Ch., n° 189, pp. 21-33.

Augarde C.E., Burd H.J., Houlsby G.T., 1995

A three-dimensional finite element model of tunnelling. Num. Models in Geomech., NUMOG V, Davos, pp. 457-462.

Auvinet G., 1995

Etude des écoulements en milieux poreux par la méthode de Monte Carlo. Revue Française de Géotechnique, n° 70, pp. 15-24.

Aydan Ö, Ito T., Akagi T., Kawamoto T., 1994

Theoretical and numerical modelling of swelling phenomenon of rock excavations. Symp. Computer Meth. and Advances in Geomech., Morgantown, Vol. 3, pp. 2215-2220.

Barla G., 1995

Squeezing rocks in tunnels. ISRM News Journal, Vol. 2, n° 2&3, pp. 44-49.

Bathe K.-J., 1982

Finite element procedures in engineering analysis. Printice Hall Eds.

Benamar I., Bernaud D., Rousset G., 1996

La Nouvelle Méthode Implicite pour le dimensionnement des tunnels. Journées d'Etudes Internationales de l'AFTES. Chambéry, pp. 63-69.

Benamar I., Rousset G., 1995

Tunnels creusés en milieux poreux. Réseau GEO, 2ème réunion annuelle, 11-15 Décembre, Aussois.

Bérest P., 1987

Viscoplasticité en Mécanique des Roches. Manuel de Rhéologie des Géomatériaux, GRECO, Presses de l'ENPC, p. 235.

Bérest P., 1989

Problèmes de mécanique associés au stockage souterrain. Thèse, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris.

Bérest P., Habib P., Nguyen Minh D., 1980

Tentative d'interprétation des déformations observées aux tunnels du Fréjus et du Gran Sasso. Revue Française de Géotechnique, n° 12, pp. 44-55.

Bérest P., Nguyen Minh D., 1983

Modèle viscoplastique pour le comportement du tunnel revêtu. Revue Française de Géotechnique, n° 23, pp. 19-25.

Bernat S., Cambou B., Dubois P., 1995

Modelling of tunnel excavation in soft soil. Num. Models in Geomech., NUMOG V, Davos, pp. 471-476.

Bernaud D., 1991

Tunnels profonds dans les milieux viscoplastiques : approches expérimentale et numérique. Thèse, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.

Bernaud D., 1992

Tunnels profonds dans les milieux viscoplastiques : approches expérimentale et numérique. Tunnels et Ouvrages Souterrains, n° 112, pp. 228-231.

Bernaud D., 1993

Modélisation numérique de la galerie PRACLAY. Rapport ONDRAF-G3S.

Bernaud D., Benamar I., Rousset G., 1994

La "Nouvelle Méthode Implicite" pour le calcul des tunnels dans les milieux élastoplastiques et viscoplastiques. Revue Française de Géotechnique, n° 68, pp. 3-19.

Bernaud D., De Buhan P., Maghous S., 1995a

Numerical simulation of the convergence of a bolt-supported tunnel through a homogenization method. Int. J. for Num. and Analyt. Meth. in Geomech., Vol. 19, pp. 267-288.

Bernaud D., De Buhan P., Maghous S., 1995b

Finite element calculations of a homogenized bolt-supported tunnel. Proc. Int. Cong. "Computational Plasticity : fundamentals and applications", Barcelone, pp. 1773-1784.

Bernaud D., Rousset G., 1992

La nouvelle méthode implicite pour l'étude du dimensionnement des tunnels. Revue Française de Géotechnique, n° 60, pp. 5-26.

Bernaud D., Rousset G., 1993

L'essai de soutènement à convergence contrôlée : résultats et modélisation. Proc. of Int. Symp. "Hard Soils - Soft Rocks", Athenes, Vol. 1, pp. 1381-1391.

Bhawani S., Jetwa J.L., Dube A.K., Singh B., 1992

Correlation between observed support pressure and rock mass quality. Tunnelling and Underground Space Technology, Vol. 7, n° 1, pp. 59-74.

Biarez J., 1993

Cours de Mécanique des Sols. Ecole Centrale de Paris.

Biot M.A., 1941

General theory of three dimensional consolidation. Journal of Appl. Phys., Vol. 12, pp. 155-164.

Biot M.A., 1956

General solutions of the equations of elasticity and consolidation for porous rocks. Pet. Frans. ASME, Vol. 210.

Bourgeois E., Dormieux L., 1995

Consolidation unidimensionnelle d'une couche poroélastique en transformation finie. 12ème Cong. Français de Mécanique, 4-9 Septembre, Strasbourg, pp. 173-176.

Bouvard-Lecoannet A., Colombet G., Esteule F., 1988

Ouvrages souterrains : conception, réalisation, entretien. Presses de l'ENPC.

Bradford I.D.R., Cook J.M., 1994

A semi-analytic elastoplastic model for wellbore stability with applications to sanding. Eurock'94, Delft, pp. 347-354.

Brown E.T., Bray J.W., Ladanyi B., Hoek E., 1983

Characteristic lines calculations for rock tunnels. ASCE J. Geotech. Engng., Vol. 109, pp. 15-39.

Brown P.T., Booker J.R., 1985

Finite element analysis of excavations. Computers and Geotechnics, Vol. 1, n° 3, pp. 207-220.

- Carslaw A.R., Jaeger C.J., 1960**
Conduction of heat in solids. Oxford Clarendon Press.
- Carter J.P., Booker J.R., 1982**
The analysis of consolidation and creep around a deep circular tunnel in clay. NUMEG IV, Edmonton, pp. 537-544.
- Carter J.P., Randolph M.F., Wroth C.P., 1979**
Stress and pore pressure changes in clay during and after the expansion of a cylindrical cavity. Int. J. for Num. and Analyt. Meth. in Geomech., Vol. 3, pp. 305-322.
- Chan D.Y.C., Hughes B.D., 1993**
tensile stresses around boreholes due to transient fluid flow. Int. J. for Num. and Analyt. Meth. in Geomech., Vol. 17, pp. 659-667.
- Charlez P., 1991**
Rock Mechanics : theoretical fundamentals. Vol. 1, Ed. Technip, Paris.
- Cheng H., Dusseault M., 1993**
Development and application of a fully-coupled two-dimensional finite element approach to deformation and pressure diffusion around a borehole. J. of Canadian Petroleum Technology., Vol. 32, n° 10, pp. 28-38.
- Clough G.W., Duncan M., 1971**
Finite element analyses of retaining wall behaviour. J. Soil Mech. Found. Div., ASCE, Vol. 97, n° SM12.
- Comodromos E.T., 1993**
Numerical method for tunnelling in hard soils and soft rocks. Proc. of Int. Symp. "Hard Soils - Soft Rocks", Athenes, Vol. 1, pp. 1393-1399.
- Comodromos E.T., Pitilakis K., Hatzigogos T., 1992**
Simulation des excavations des sols élastoplastiques par la méthode des éléments finis. Revue Française de Géotechnique, n° 58, pp. 51-66.
- Corbetta F., 1990**
Nouvelles méthodes d'étude des tunnels profonds. Calculs analytiques et numériques. Thèse, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris.
- Corbetta F., Bernaud D., Nguyen Minh D., 1990**
Contribution à la méthode convergence-confinement par le principe de la similitude. Revue Française de Géotechnique, n° 52.
- Corneau I.C., 1976**
Viscoplasticity and Plasticity in the finite element method. Ph.D., University College of Swansea, Div. of Civil Engng.
- Cornet F.H., Fairhurst C., 1974**
Influence of pore pressure on the deformation behaviour of saturated porous rocks. Proc. of the 3rd Cong. of the Int. Soc. for Rock Mech., Nat. Acad. Sci., Washington D.C., pp. 638-644.
- Coussy O., 1989**
A general theory of thermoporoelastoplasticity for saturated porous materials. Transport in Porous Media, Vol. 4, pp. 281-293.
- Coussy O., 1991**
Mécanique des milieux poreux. Ed. Technip, Paris.
- Coussy O., 1995**
Mechanics of porous continua. Ed. John Wiley & Sons.
- Coussy O., Charlez P., 1991**
Réponse thermoporoélastique d'un forage. Proc. 7th ISRM Cong., Aachen, pp. 699-702.
- Cristescu N., 1987**
Elastic-viscoplastic constitutive equations for rock. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr., Vol. 24, pp. 271-282.
- Daemen J.J.K., 1977**
Problems in tunnel support mechanics. Underground Space, Vol. 1, pp. 163-172.
- Dangla P., 1995**
Numerical method in poroplasticity. Proc. Int. Cong. "Computational Plasticity : fundamentals and applications", Barcelone, pp. 1701-1712.
- Dangla P., Coussy O., 1992**
Méthodes de résolution numérique en thermo-poro-anélasticité. Etudes des recherches des Labo. des P. et Ch., SI1, LCPC.
- Davis B., Martin B., 1979**
Numerical inversion of the Laplace transform : a survey and comparison of methods. J. of Comp. Phys., Vol. 33, pp. 1-32.

- De Boer R., Schiffman R.L., Gibson R.E., 1996**
The origins of the theory of consolidation : the Terzaghi - Fillunger dispute. Geotechnique, Vol. 46, n° 2, pp. 175-186.
- Dereck Y.C.C., Barry D.H., Lincoln P., 1992**
Transient gas flow around boreholes. Transport in Porous Media, Vol. 10, pp. 137-152.
- Desai C.S., Li G.C., 1983**
A residual flow procedure and application for free surface flow in porous media. Advances in Water Resources, Vol. 6, pp. 27-35.
- Descoeudres F., 1974**
Analyse tridimensionnelle de la stabilité d'un tunnel au voisinage du front de taille dans une roche élastoplastique. Proc. 3rd Int. Cong. Rock Mech., Denver, Vol. II-B, p. 1130.
- Detournay E., 1986**
An approximate statical solution of the elastoplastic interface for the problem of Galin with a cohesive-frictional material. Int. J. Solids Structures, Vol. 22, n° 12, pp. 1435-1454.
- Detournay E., Cheng A.H.-D., 1988**
Poroelastic response of a borehole in a non-hydrostatic stressfield. Int. J. of Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr., Vol. 25, pp. 171-182.
- Detournay E., Fairhurst C., 1982**
Two-dimensional elastoplastic analysis of a long cylindrical cavity under non-hydrostatic loading. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr., Vol. 24, n° 4, pp. 197-211.
- Dhatt G., Touzot G., 1984**
Une présentation de la méthode des éléments finis. 2ème édition, collection de l'Université de Compiègne, Ed. Maloine, Paris.
- Dimova V.I., Dimov I.V., 1994**
Inverse problems of land subsidence due to longwall mining. IV CSMR "Integral Approach in Applied Mechanics", Chile, pp. 431-439.
- Dormieux L., De Buhan P., Leca E., 1992**
Estimation par une méthode variationnelle en élasticité des déformations lors du creusement d'un tunnel : application au calcul du tassement de surface. Revue Française de Géotechnique, n° 59, pp. 15-32.
- Dormieux L., Leca E., 1993**
Stabilité du front de taille d'un tunnel dans un milieu sans résistance. Proc. of Int. Symp. "Hard Soils - Soft Rocks", Athenes, Vol. 1, pp. 1409-1415.
- Duddeck H., 1979**
Commentaires des règles fondamentales pour l'application de la méthode convergence-confinement. Tunnels et Ouvrages Souterrains, n° 32, pp. 82-86.
- Duddeck H., Erdmann J., 1985**
On structural design models for tunnels in soft soil. Underground Space, Vol. 9, pp. 246-259.
- Duffaut P., Margron P., 1990**
Le tunnel sous la manche : géologie et géotechnique. Actes des journées d'études à l'ENPC (31 Mai et 1er Juin 1989), Presses de l'ENPC.
- Duffaut P., 1995**
Où en est la nouvelle méthode autrichienne en 1995?. Tunnels et Ouvrages Souterrains, n° 130, pp. 274-276.
- Duncan M., Chang C.Y., 1970**
Non linear analysis of stress and strain in soils. J. Soil Mech. Found. Div. ASCE, Vol. 96, n° SM5, pp. 1629-1653.
- Egger P., 1979**
Déformations au front de taille et détermination de la cohésion du massif rocheux. Tunnels et Ouvrages Souterrains, n° 32, pp. 93-96.
- Egger P., 1989**
Problèmes géotechniques des tunnels profonds et solutions constructives. Proc. Int. "Rock at Great Depth", Pau, pp. 1191-1198.
- Egger P., 1995**
Excavation and stability of underground openings. Proc. 8th ISRM Cong., Tokyo.
- Einstein H.H., Schwartz C.W., 1979**
Simplified analysis for tunnel supports. J. Geotech. Engng. Div. ASCE, pp. 499-517.
- Eisenstein Z., Branco P., 1991**
Convergence-confinement method in shallow tunnels. Tunnelling and Underground Space Technology, Vol. 6, n° 3, pp. 343-346.
- Eisenstein Z., Samarasekera L., 1992**
Stability of unsupported tunnels in clay. Can. Geotech. J., Vol. 29, pp. 609-613.

- El-Nahhas F., El-Kadi F., Ahmed A., 1992**
Interaction of tunnel linings and soft ground. Tunnelling and Underground Space Technology, Vol. 7, n° 11, pp. 33-43.
- Fairhurst C., 1989**
General report : deformation, yield, rupture and stability of excavations at depth in rock. Proc. Int. "Rock at Great Depth", Pau, pp. 1103-1114.
- Fairhurst C., Daemen J.J., 1979**
Les conséquences pratiques de la recherche sur la conception et le dimensionnement des soutènements de tunnel. Tunnels et Ouvrages Souterrains, n° 32, pp. 98-110.
- Fenner R., 1938**
Untersuchungen zur Erkenntnis des Gebirgsdruckes. Glueckauf, pp. 681-695 ; 705-715.
- Filcek H., Kwasniewski M.A., 1993**
Fundamentals of mine roadway support design : rock-support interaction analysis. In Comprehensive Rock Engineering, Vol. 2, pp. 671-699.
- Florence A.L., Schwer L.E., 1978**
Axisymmetric compression of a Mohr-Coulomb medium around a circular hole. Int. J. for Num. and Analyt. Meth. in Geomech., Vol. 2, pp. 367-379.
- Fotiyeva N.N., Sammal A.S., Chetyrkin N.S., 1988**
Influence of soil creep on stresses state of the underground structures being built with strenghtening of the surrounding massif. Proc. Int. Conf. on Rheology and Soil Mech., Coventry, pp. 248-260.
- Fritz P., 1984**
An analytical solution for axisymmetric tunnel problems in elasto-viscoplastic media. Int. J. for Num. and Analyt. Meth. in Geomech., Vol. 8, pp. 325-342.
- Froehlich B.O., 1989**
Géologie et construction des tunnels : gonflement des roches argileuses. Proc. Int. "Rock at Great Depth", Pau, pp. 537-544.
- Gill D.E., Ladanyi B., 1987**
Time-dependent ground response curves for tunnel lining design. Proc. 6th ISRM Cong., Montréal, pp. 917-921.
- Gill D.E., Leite M.H., 1995**
Designing tunnel supports with the convergence-confinement method when the far stress field is anisotropic. Proc. 8th ISRM Cong., Tokyo, pp. 563-568.
- Gioda G., 1982**
On the non linear "squeezing" effects around circular tunnels. Int. J. for Num. and Analyt. Meth. in Geomech., Vol. 6, pp. 21-46.
- Giraud A., 1993**
Couplages thermo-hydro-mécaniques dans les milieux poreux peu perméables : application aux argiles profondes. Thèse, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- Grashuis A.J., Teunissen J.A.M., 1995**
Stress distribution due to tunnel excavation. Num. Models in Geomech., NUMOG V, Davos, pp. 483-488.
- Graziani A., 1994**
An analytical study of the rock bolt interaction in tunnels by using the "equivalent material" approach. IV CSMR "Integral Approach in Applied Mechanics", Chile, pp. 337-348.
- Greuell E., 1995**
Etude du soutènement des tunnels par boulons passifs. Tunnels et Ouvrages Souterrains, n° 129, pp. 197-201.
- Greze F., 1992**
Tassements de surface en cas d'utilisation d'un tunnelier à front pressurisé : approche théorique et semi-empirique. Tunnels et Ouvrages Souterrains, n° 112, pp. 232-236.
- Guo C., 1995**
Calcul des tunnels profonds soutenus : méthode stationnaire et méthodes approchées. Thèse, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- Guo C., Nguyen Minh D., Braham S., 1994**
Steady finite element method for analysis of advancing tunnels under non-uniform loading. Num. Meth. in Geotech. Engng., Ed. Smith, pp. 209-213.
- Gysel M., 1987**
Design of tunnels in swelling rock. Rock Mech. Rock Engng., Vol. 20, n° 4, pp. 219-242.
- Habib P., 1973**
Précis de Géotechnique. Ed. Dunod, Paris.

Habib P., 1994

Réflexions à propos de la construction des tunnels profonds ou proches de la surface avec l'examen d'aspects particuliers de tunnels notamment dans les alpes. Civ. Engng. Eur. Courses (CEEC), "Trafori Alpini E Gallerie Profonde", Milan.

Hagedorn H., Sattel G., 1993

Influence of a strengthened rock ring on the deformations of the opening for a deep tunnel. Int. J., Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr., Vol. 30, n° 7, pp. 1469-1472.

Halphen B., Salençon J., 1987

Elastoplasticité, cours de calcul des structures anélastiques. Presses de l'ENPC.

Hanafy E.A., Emery J.J., 1980

Advancing face simulation of tunnel excavations and lining placement. Proc. 13th Canadian Symp. Rock Mech. "Underground Rock Engineering", Toronto, pp. 119-125.

Hanafy E.A., Emery J.J., 1982

Three dimensional simulation of tunnel excavation in squeezing rock. Proc. 3rd Int. Conf. Num. Meth. in Geomech., Edmonton, Vol. III, p. 1203.

Hill R., 1950

The mathematical theory of plasticity. Oxford Science Publications.

Hisatake M., Eto T., Murakami T., 1995

Stability and failure mechanisms of a tunnel face with a shallow depth. Proc. 8th ISRM Cong., Tokyo, pp. 587-591.

Hoek E., Brown E.T., 1980a

Empirical strength criterion for rock masses. J. of the Geotech. Engng. Div., Vol. 106, GT9, pp. 1013-1035.

Hoek E., Brown E.T., 1980b

Underground excavations in rock. Institution of Mining and Metallurgy, London.

Hsiao C., 1988

Growth of plastic zone in porous medium around a wellbore. Proc. 1988 Offshore Tech. Conf., pp. 439-448.

Humbert P., 1989

CESAR-LCPC, un code général de calcul par éléments finis. Bull. de Liaison des Labo. des P. et Ch., pp. 112-116.

ISRM, 1994

Comments and recommendations on design and analysis procedures for structures in argillaceous swelling rock. ISRM : design and analysis procedure, commission on swelling rock, pp. 537-546.

Indraratna B., 1993

Effects of bolts on failure near tunnel openings in soft rock. Geotechnique, Vol. 43, pp. 433-442.

Jaeger J.C., Cook N.G.W., 1969

Fundamentals of Rock Mechanics. Ed. Methuen, London.

Kaiser P.K., 1981

A new concept to evaluate tunnel performance : influence of excavation procedure. Proc. 22nd US Symp. on Rock Mech., MIT, pp. 284-291.

Kielbassa S., Duddeck H., 1991

Stress-strain fields at the tunnelling face. Three-dimensional analysis for two-dimensional technical approach. Rock Mech. and Rock Engng., Vol. 24, n° 3, pp. 115-132.

Kiyama H., Fujimura H., Nishimura T., Tanimoto C., 1991

Distinct element analysis of the Fenner-Pacher type characteristic curve for tunnelling. Proc. 7th ISRM Cong., Aachen, p. 769-772.

Kovari K., 1995

Concepts erronés de la "nouvelle méthode autrichienne" de construction de tunnels. Revue Française de Géotechnique, n° 70, pp. 3-14.

Labioussse V., 1994

Etude par "convergence-confinement" du boulonnage à ancrage ponctuel comme soutènement de tunnels profonds creusés dans la roche. Revue Française de Géotechnique, n° 65, pp. 17-28.

Ladanyi B., 1993

Time-dependent response of rock around tunnels. In Comprehensive Rock Engineering, Vol. 2, pp. 77-112.

Laurent J., Quettier L., 1989

Comportement des milieux poreux consolidés dans le domaine élastique. Proc. Int. "Rock at Great Depth", Pau, pp. 915-921.

- Leca E., Clough G.W., 1992**
Preliminary design for NATM tunnel support. J. of Geotech. Engng., Vol. 118, n° 4, pp. 558-575.
- Lee C.-I., Lee Y.-K., Cho T., 1995**
Numerical simulation for the underground excavation-support sequence in the visco-plastic jointed rock mass. Proc. 8th ISRM Cong., Tokyo, pp. 619-621.
- Lee K.M., Rowe R.K., 1990**
Finite element modelling of the three-dimensional ground deformation due to tunnelling in soft cohesive soils. Computers and Geotech., Vol. 10, pp. 87-138.
- Lemaitre J., Chaboche J.L., 1984**
Mécanique des matériaux solides. Ed. Dunod, Paris.
- Lembo-Fazzio A., Ribacchi R., 1984**
Influence of seepage on tunnel stability. Proc. Int. Symp. Rock Mech. "Design Performances of Underground Excavations" ISRM/BGS, Cambridge, pp. 173-181.
- Lizhou P., Wu W., 1993**
Three-dimensional stress analysis of time-dependent interaction of tunnel rock with its support in rapid excavation project. Proc. of Int. Symp. "Hard Soils - Soft Rocks", Athenes, Vol. 1.
- Lombardi G., 1973**
Dimensioning of tunnels linings with regard to construction procedures. Tunnels and Tunnelling, Vol. 5, n° 4, pp. 340-351.
- Lombardi G., 1979**
Quelques remarques au sujet de la méthode convergence-confinement. Tunnels et Ouvrages Souterrains, n° 32; pp. 87-92.
- Lunardi P., 1980**
Application de la Mécanique des Roches aux tunnels autoroutiers. Exemples des tunnels du Fréjus (côté Italie) et du Gran Sasso. Revue Française de Géotechnique, n° 12, pp. 5-43.
- Lunardi P., 1993**
La stabilité du front de taille dans les ouvrages souterrains en terrain meuble : études et expériences sur le renforcement du noyau d'avancement. Soumis à publication.
- Marchetti M.E., Capra A.J.C., 1986**
Analysis of circular tunnels in soft ground. Tunnels & Tunnelling.
- McLellan P.J., Wang Y., 1994**
Predicting the effects of pore pressure penetration on the extent of wellbore instability : application of a versatile poro-élasto-plastic model. Eurock'94, Delft, pp. 205-214.
- Modaressi H., Hoorelbeke J.M., 1993**
Modélisation tridimensionnelle des tunnels en formation argileuse profonde. Proc. of Int. Symp. "Hard Soils - Soft Rocks", Athenes, Vol. 1, pp. 1527-1534.
- Moore I.D., 1994**
Analysis of rib supports for circular tunnels in elastic ground. Rock Mech. Rock Engng., Vol. 27, pp. 155-172.
- Moussa A., Swoboda G., 1995**
Interaction of rock bolts and shotcrete tunnel lining. Num. Models in Geomech., NUMOG V, Davos, pp. 443-449.
- Muir Wood A.M., 1975**
The circular tunnel in elastic ground. Geotechnique, Vol. 25, n° 1, pp. 115-127.
- Najm K., Ishijima Y., 1993**
Back analysis of tunnel lining deformation : development and application of passive method. Rock Mech. Rock Engng., Vol. 26, n° 1, 77-79.
- Nawrocki P.A., Dusseault M.B., 1993**
Stability of a circular tunnel in non-linear rock. Proc. of Int. Symp. "Hard Soils - Soft Rocks", Athenes, Vol. 1, pp. 1541-1548.
- Nguyen Minh D., 1986**
Modèle rhéologique pour l'analyse du comportement différé des galeries profondes. Proc. Int. Cong. "Large Underground Openings", Florence, Vol. 2, pp. 659-666.
- Nguyen Minh D., Corbetta F., 1992**
Nouvelles méthodes de calcul des tunnels revêtus incluant l'effet du front de taille. Proc. 7th ISRM Cong., Aachen.
- Nguyen Minh D., Corbetta F., 1992**
New methods for rock-support analysis in elastoplastic media. Proc. Int. Symp. "Rock Support in Mining and Underground Constructions", Sudbury, Tome 2, pp. 1335-1338.
- Nguyen Minh D., Guo C., 1993a**
Tunnels creusés en milieu viscoplastique. Coll. franco-polonais "Géotechnique et Environnement", Nancy, pp. 187-196.

- Nguyen Minh D., Guo C., 1993b**
Sur un principe d'interaction massif - soutènement des tunnels en avancement stationnaire. Eurock'93, Lisbonne, pp. 171-177.
- Nguyen Minh D., Pouya A., 1992**
Une méthode d'étude des excavations souterraines en milieu viscoplastique. Prise en compte d'un état stationnaire des contraintes. revue Française de Géotechnique, n° 59, pp. 5-14.
- Nguyen Minh D., Schmitt N., 1988**
Contraction du tube épais circulaire : remarques sur l'influence d'une non linéarité élastique. Revue Française de Géotechnique, n° 42.
- Nguyen Quoc S., Rahimian M., 1981**
Mouvement permanent d'une fissure en milieu élastoplastique. J. de Mécanique Appliquée, Vol. 5, n° 1.
- Nie X., Zhang Q., 1994**
A system of monitoring and dimensioning tunnel support. Rock Mech. Rock Engng., Vol. 27, n° 1, pp. 23-36.
- Nielsen B., 1994**
Analysis of potential cave-in fault zones in hard rock subsea tunnels. Rock Mech. Rock Engng., Vol. 27, n° 2, pp. 63-75.
- O'Reilly M.P., Mair R.J., Alderman G.H., 1991**
Long-term settlements over tunnels : an eleven-year study at Grimsby. Tunnelling'91, London IMM, pp. 55-64.
- Ohnishi Y., Kobayashi A., 1993**
Thermal-hydraulic-mechanical coupling analysis of rock mass. In Comprehensive Rock Engineering, Vol. 2, pp. 191-208.
- Ohnishi Y., Nishigaki Y., Kishimoto H., Tanaka Y., 1982**
Analysis of advancing tunnel by two-dimensional finite element method. Proc. 3rd Int. Conf. Num. Meth. in Geomech., Edmonton, Vol. 2, p. 571.
- Owen D.R.J., Hinton F., 1980**
Finite elements in plasticity : theory and practice. Pineridge Press.
- Pacher F., 1964**
Deformationsmessungen im Veruchsstollen als Mittel zur Erforschung des Gebirgsverhaltens und zur Bemessung des Ausbaues. Felsmech. und Ing. Geol., Suppl. I.
- Pan L., Wang W., 1993**
Three-dimensional stress analysis of time-dependent interaction of tunnel rock with its support in rapid excavation project. Proc. of Int. Symp. "Hard Soils - Soft Rocks", Athenes, Vol. 1, pp. 335-342.
- Pan X.D., Hudson J.A., 1989**
Plane strain analysis in modelling three-dimensional finite element method. Int. J. Rock Mech. and Min. Sci., Vol. 25, n° 5.
- Pan X.D., Reed M.B., 1991**
Effects of longitudinal axial stress and rock mass dilation on analysis of circular tunnels. Proc. 7th ISRM Cong., Aachen, pp. 785-791.
- Panet M., 1976**
Stabilité et soutènement des tunnels. La Mécanique des Roches appliquée au Génie Civil, Presses de l'ENPC.
- Panet M., 1979**
Time-dependent deformation in underground works. Proc. 4th ISRM, Montreux, Vol. 3.
- Panet M., 1986**
Calcul du soutènement des tunnels à section circulaire par la méthode convergence-confinement avec un champ de contraintes initiales anisotrope. Tunnels et Ouvrages Souterrains, n° 77.
- Panet M., 1995**
Le calcul des tunnels par la méthode convergence-confinement. Presses de l'ENPC.
- Panet M., Guellec P., 1974**
Contribution à l'étude du soutènement d'un tunnel à l'arrière du front de taille. Proc. 3th Int. Cong. Rock Mech., Denver, Vol. IIB.
- Panet M., Guénot A., 1982**
Analysis of convergence behind the face of a tunnel. Tunnelling'82, Brighton.
- Pazos A., 1993**
Etude de la faisabilité des galeries creusées dans les argiles profondes. Mémoire de DEA, Ecole Centrale Paris.

Peck R.B., 1969

Deep excavations and tunnelling in soft ground. Proc. 7th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Engng., Mexico city, pp. 225-290.

Pelli F., Kaiser P.K., Morgenstern N.R., 1995

Effects of rock mass anisotropy and non linearity on the near face stresses in deep tunnels. Rock Mech. Rock Engng., Vol. 28, n° 2, pp. 125-132.

Perzyna P., 1966

Fundamental problems in viscoplasticity. Advances in Appl. Mech., Vol. 9.

Picard J.M., 1994

Ecroûissage thermique des argiles saturées : application au stockage de déchets radioactifs. Thèse, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.

Prevost J.H., 1988

Modelling the behaviour of geomaterials. Princeton University, Dept. of Civil Engng.

Rabcewicz L., 1964

The new austrian tunnelling method. Water Power, November, pp. 453-457, December, pp. 511-515, January (1965), pp. 19-24.

Ramaeckers C., 1993

Stabilité d'un tunnel en milieu argileux : comparaison entre résultats théoriques et mesures expérimentales. Tunnels et Ouvrages Souterrains, n° 117, pp. 141-144.

Rechsteiner G.F., Lombardi G., 1974

Une méthode de calcul élastoplastique de l'état de tension et de déformation autour d'une cavité souterraine. Proc. 3rd Int. Cong. Rock Mech., Denver, Vol. IIB, p. 1049.

Rice J.R., Cleary M.P., 1976

Some basic stress-diffusion solutions for fluid saturated elastic porous media with compressible constituents. Rev. Geophys. Space Phys., Vol. 14, pp. 227-241.

Robinet J.C., Pakzad M., Plas F., 1994

Un modèle rhéologique pour les argiles gonflantes. Revue Française de Géotechnique, n° 57, pp. 57-67.

Roegiers J.-C., 1989

Stability and failure of circular openings. Proc. Int. "Rock at Great Depth", Pau, pp. 1115-1122.

Rousset G., 1988

Comportement mécanique des argiles profondes : application au stockage de déchets radioactifs. Thèse, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.

Rousset G., 1990

Les sollicitations à long terme des revêtements des tunnels. Revue Française de Géotechnique, n° 53.

Rousset G., Bublit D., 1989

Dimensionnement des soutènements dans les roches viscoplastiques : méthode générale et expérience in-situ. Proc. Int. "Rock at Great Depth", Pau, pp. 657-664.

Rowe R.K., Lee K.M., 1992

An evaluation of Simplified techniques for estimating three-dimensional undrained ground movements due to tunnelling in soft clays. Can. Geotech. J., Vol. 29, pp. 39-52.

Ruckstuhl F., 1990

Les tunnels routiers suisses : évolution dans le temps. Tunnels et Ouvrages Souterrains, n° 97.

Sakurai S., 1978

Approximate time-dependent analysis of tunnel support structure considering progress of tunnel face. Int. J. for Num. and Analyt. Meth. in Geomech., Vol. 2, pp. 159-175.

Samarasekera L., Eisenstein Z., 1992

Pore pressures around tunnels in clay. Can. Geotech. J., Vol. 29, pp. 819-831.

Santarelli F.J., Dardeau C., Fourmaitreaux D., 1992

Wellbore stability : a transient analysis. Eurock'92, London, pp. 318-323.

Schweiger H.F., Resch M.M., Haas W., Faust P., Pittler R., 1993

Influence of tunnelling on the ground water level in an environmentally sensitive area. Eurock'93, Lisbonne, pp. 379-386.

Schwendt A., 1995

Les tunneliers à confinement de grand diamètre. Tunnels et Ouvrages Souterrains, n° 128, pp. 69-73.

Sezaki M., Kawata T., Swoboda G., Aydan Ö, Moussa A., 1992

Numerical modelling for the representation of shotcrete hardening and face advance of tunnels excavated by bench excavation method. Num. Models in Geomech., NUMOG IV, Swansea, pp. 707-715.

Shahrour I., Ghorbanbeigi S., 1994

Calculation of tunnels in soft ground. Num. Meth. in Geotech. Engng., Ed. Smith, pp. 229-234.

Shao J.F., 1995

A finite element solution for thermo-hydro-mechanical coupling taking into account heat convection. Num. Models in Geomech., NUMOG V, Davos, pp. 263-268.

Sharma K.G., Varadarajan A., Srivastava R.K., 1985

Elasto-viscoplastic finite element analyses of tunnels. 5th Int. Conf. on Num. Meth. in Geomech., Nagoya, pp. 1141-1148.

Skoczylas F., Henry J.P., 1989

Stresses around a borehole for low strength materials. Proc. Int. "Rock at Great Depth", Pau, pp. 963-971.

Stehfest H., 1970

Numerical inversion of Laplace transform. Communications of the ACM, Vol. 13, pp. 47-49.

Steneck A., 1987

Analyse des méthodes de calcul des ouvrages souterrains : application au lot n°2 de la liaison VMI. Tunnels et Ouvrages Souterrains, n° 80, pp. 56-64.

Stille H., Holmberg M., Nord G., 1989

Support of weak rock with grouted bolts and shotcrete. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr., Vol. 1, n° 1, pp. 99-113.

Sulem J., 1983

Comportement différé des galeries profondes. Thèse, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.

Sulem J., Panet M., Guénot A., 1987

Closure analysis in deep tunnels. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr., Vol. 24, n° 3, pp. 145-154.

Swoboda G., Mertz W., Schmid A., 1987

Three dimensional numerical models to simulate tunnel excavation. Num. Models in Geomech., NUMOG III, pp. 536-548.

Szechy K., 1970

Traité de construction des tunnels. Ed. Dunod, Paris.

Tacherifet S., Al-Mukhtar M., Robinet J.C., 1995

Numerical modelling of a tunnel excavated in expensive deep clay soil. Num. Models in Geomech., NUMOG V, Davos, pp. 477-482.

Taik M., Serrano J.M., 1991

A tunnel project under the straits of Gibraltar. Tunnelling and Underground Space Technology, Vol. 6, n° 3, pp. 319-323.

Talbot A., 1979

The accurate numerical inversion of Laplace transforms. J. Inst. Maths Applies, 23, pp. 97-120.

Tchiyepe G.P., 1995

Comportement viscoplastique avec rupture des argiles raides : application aux ouvrages souterrains. Thèse, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.

Tijani S.M., 1991

Saturated porous medium in undrained state. Communication présentée dans le cadre du Benchmark INTERCLAY, Fontainebleau, CGES/ENSMP.

Timoshenko S.P., Goodier J.N., 1934

Theory of elasticity. 3rd edition, McGraw-Hill Book Co.

Van Dillen D., Fellner R.W., Dendrou B., 1979

A two dimensional finite element technique for modelling rock-structure interaction of a lined underground opening. 20th Symp. on Rock Mech., pp. 251-258.

Verdier A., 1992

Modélisation du creusement de tunnels en terrain meuble à l'aide d'un bouclier pressurisé : application et étude paramétrique. Tunnels et Ouvrages Souterrains, n° 112, pp. 237-239.

Vibert C., Colombet G., Esteulle F., 1995

Simulation du comportement d'une galerie de mine et de son soutènement lors d'un phénomène de rupture brutale. Revue Française de Géotechnique., n° 72, pp. 23-33.

Vouille G., 1989

Problèmes d'instabilité à grande profondeur, applications : mines, tunnels, stockages souterrains. Proc. Int. "Rock at Great Depth", Pau, pp. 1185-1190.

Wang Y., Dusseault M., 1994

Stresses around a circular opening in an elastoplastic porous medium subjected to repeated hydraulic loading. Int. J. Rock Mech. Sci. and Geomech. Abstr., Vol. 31, n° 6, pp. 597-616.

Wang Y., Dusseault M.B., 1995

Response of a circular opening in a friable low-permeability medium to temperature and pore pressure changes. int. J. for Num. and Analyt. Meth. in Geomech., Vol. 19, pp. 157-179.

Winnicki L.A., Zienkiewicz O.C., 1979

Plastic (or visco-plastic) behaviour of axisymmetric bodies subjected to non-symmetric loading-semi-analytical finite element solution. Int. J. for Num. Meth. in Engng., Vol. 14, pp. 1399-1412.

Wittke W., 1990

Rock Mechanics : theory and applications with case histories. Ed. Springer-Verlag.

Wong H., 1994

Comportement des galeries souterraines soumises à chargement thermique. Thèse, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.

Yamatomi J., Yamashita S., Beniawski Z.T., Ogata Y., Kawabe K., 1988

An analytical method of stress and displacement around a circular tunnel excavated in rock mass with non-linear time-dependancy. Proc. 29th US Symp. on Rock Mech., pp. 317-324.

Yii-Wen P., Zeng-Lin H., 1994

A model of the time-dependent interaction between rock and shotcrete support in a tunnel. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr., Vol. 31, n° 3, pp. 213-219.

Yusheng J., Yunli L., Zixin X., Jiqin G., 1993

The design and construction of tunnel support in soft rock. Proc. of Int. Symp. "Hard Soils - Soft Rocks", Athenes, Vol. 1, pp. 1453-1459.

Zienkiewicz O.C., Corneau I.C., 1974

Visco-plasticity and creep in elastic solids. A unified numerical solution approach. Int. J. Num. Meth. Engng., Vol. VIII, pp. 821-845.

Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., 1991

The finite element method. 4th Ed., McGraw-Hill.

ANNEXES.

Annexe A1

Rappels sur la Nouvelle Méthode Implicite dans le cas d'un massif élasto-plastique.

La nouvelle méthode implicite (NMI) est une méthode simplifiée de dimensionnement des tunnels. Elle est fondée sur les principes de base de la méthode convergence-confinement (AFTES 1983) et qui permet de tenir compte de façon correcte du caractère couplé du problème d'interaction massif-soutènement, par l'intermédiaire de la convergence U_0 de la paroi au moment de la pose du soutènement. Cette grandeur U_0 liée au taux de décompression du terrain avant la pose du soutènement est un paramètre essentiel qui conditionne la poussée du massif sur le soutènement. Le paragraphe I-8 (cf. partie I) explicite l'intérêt des méthodes simplifiées de dimensionnement des tunnels, dont la NMI, ainsi que les hypothèses sur lesquelles elles reposent.

Nous explicitons ci-dessous les expressions permettant la résolution par la NMI d'un problème de dimensionnement d'un tunnel creusé dans un massif élasto-plastique satisfaisant à l'un des critères de plasticité usuels (Tresca, Mohr-Coulomb, Hoek-Brown, Hoek-Brown modifié).

Nous nous sommes inspirés pour cela des articles publiés par Bernaud et Rousset (1992) et par Bernaud, Benamar et Rousset (1994).

Les différentes notations définies ci-dessous sont celles mentionnées dans les pages 1 à 3..

Dans toute cette étude, le matériau est supposé élastiquement incompressible ($\nu = 0,5$)

A1-1 DONNÉES NÉCESSAIRES A L'APPLICATION DE LA NMI.

- Les fonctions de forme du tunnel non soutenu et du tunnel soutenu notées, respectivement, a^0 et a^s sont définies par :

$$a^0(x) = \frac{U_i^0(x) - U_f^0}{U_\infty - U_f^0} \quad a^s(x) = \frac{U_i^s(x) - U_f^s}{U_{eq} - U_f^s} \quad (A1.1)$$

où x désigne la distance séparant la section du tunnel étudié au front de taille.

Panet et Guénot (1982) donnèrent une expression analytique approchée pour $a^0(x)$:

$$a^0(x') = 1 - \left(\frac{0,84}{x'/R'_p + 0,84} \right)^2 \quad (A1.2)$$

où $x' = x/R_i$ et $R'_p = R_p/R_i$. R_p désigne le rayon de la zone plastique entourant une section du tunnel loin du front de taille ($R_p = R_i$ dans le cas d'un massif entièrement élastique).

L'une des hypothèses de la NMI (fondée sur l'observation "numérique") considère que la fonction de forme du tunnel soutenu se déduit de celle du tunnel non soutenu par simple affinité de centre

l'origine et de rapport α appelé *fonction de soutènement* : $a^s(x) = a^0(\alpha x)$ (A1.3)

- La fonction réduite de soutènement : $\alpha^* = \alpha R_i / R_p$.
- La convergence au front de taille : U_f^s .

A1-2 APPLICATION DE LA NMI.

A partir des données précédentes, le but est de calculer la convergence en paroi lors de la pose du soutènement U_0 ainsi que le point d'équilibre (U_{eq}, P_{eq}) . Pour cela, on écrit que :

- le point d'équilibre (U_{eq}, P_{eq}) se trouve à l'intersection de la courbe de terrain (courbe de convergence) et de la courbe de soutènement (courbe de confinement) qui est une droite pour un soutènement élastique linéaire.

$$\begin{cases} P_{eq} = CV(U_{eq}) \\ P_{eq} = K_s(U_{eq} - U_0) \end{cases} \quad (A1.4)$$

- la convergence U_0 est définie à partir de la fonction de forme du tunnel soutenu par :

$$U_0 = a^s(d_0)(U_{eq} - U_f^s) + U_f^s \quad (A1.5)$$

A1-2.1 Fonction réduite de soutènement.

La fonction réduite de soutènement est : $\alpha^* = \alpha R_i / R_p$.

On définit la rigidité réduite par : $K'_s = K_s / E$.

- Elasticité :

$$\alpha^* = 1,82\sqrt{K'_s}$$

- Plasticité parfaite : Tresca

$$\alpha^* = 1,82\sqrt{K'_s}$$

- Plasticité parfaite : Mohr-Coulomb (potentiel de Tresca)

$$\alpha^* = 1,82\sqrt{K'_s} + 0,035\varphi$$

φ est l'angle de frottement du matériau constituant le massif, exprimé en degrés.

- Plasticité parfaite : Hoek-Brown (potentiel de Tresca)

$$\alpha^* = 1,82\sqrt{K'_s} + 0,15m$$

m est une constante caractérisant la roche saine.

- Plasticité parfaite : Hoek-Brown modifié (potentiel de Tresca)

$$\alpha^* = 1,82\sqrt{K_s} + 0,25 m_b$$

m_b est une constante caractérisant la roche fissurée.

A1-2.2 Convergence au front.

L'influence de la rigidité du soutènement sur la convergence au front de taille est très minime. Ainsi, les expressions analytiques approchées de la convergence au front de taille (U_f^s) données ci-dessous ne dépendent pas de K_s mais représentent la moyenne des valeurs correspondant aux cas extrêmes des soutènements très rigide et très mou.

Nous donnons aussi la relation $U_i - P_i$ permettant de tracer la courbe de convergence du terrain et l'expression du facteur de charge N_s correspondant à chacun des critères plastiques utilisés.

U_∞ est obtenu à partir de la relation $U_i - P_i$ en posant $P_i = 0$ (convergence de la paroi non soutenue loin du front de taille).

- Elasticité

$$U_f^s / U_\infty = 0,27$$

$$U_i = \frac{1,5}{E} (P_\infty - P_i)$$

- Plasticité parfaite : Tresca

$$U_f^s / U_\infty = 0,41 - 0,06 N_s$$

$$N_s = \frac{P_\infty}{C} \quad U_i = \frac{1,5 C}{E} \exp\left(\frac{P_\infty - P_i - C}{C}\right)$$

- Plasticité parfaite : Mohr-Coulomb (potentiel de Tresca)

$$U_f^s / U_\infty = 0,17 + 0,13 N_s - 0,03 N_s^2$$

$$N_s = \frac{2P_\infty}{R_c} \quad U_i = \frac{1,5}{E} \frac{K_p - 1}{K_p + 1} (P_\infty + H) \left(\frac{2}{K_p + 1} \frac{P_\infty + H}{P_i + H} \right)^{\frac{2}{K_p - 1}}$$

avec : $H = C \cot(\varphi)$

- Plasticité parfaite : Hoek-Brown (potentiel de Tresca)

$$U_f^s / U_\infty = 0,41 - 0,06 N_s$$

$$N_s = \frac{2P_\infty}{\sqrt{\sigma_c^2 - m\sigma_c\sigma_y}} \text{ avec : } \sigma_y = -\frac{m\sigma_c}{8} - P_\infty + \frac{\sigma_c}{2} \sqrt{\frac{m^2}{16} + \frac{mP_\infty}{\sigma_c} + 1}$$

$$U_i = \frac{0,75}{E} \sqrt{\sigma_c^2 - m\sigma_c\sigma_y} \exp\left[-\frac{4}{m\sigma_c} \left(\sqrt{\sigma_c^2 - m\sigma_c P_i} - \sqrt{\sigma_c^2 - m\sigma_c\sigma_y}\right)\right]$$

σ_c désigne la résistance en compression simple de la roche.

- Plasticité parfaite : Hoek-Brown modifié (potentiel de Tresca)

$$U_f^s / U_\infty = (0,75 - 0,5a) - 0,13N_s$$

$$N_s = \frac{2P_\infty}{\sigma_c \left(-\frac{m_b \sigma_y}{\sigma_c}\right)^a} \text{ où } \sigma_y \text{ est solution de l'équation : } \frac{\sigma_c}{2} \left(-\frac{m_b \sigma_y}{\sigma_c}\right)^a - \sigma_y - P_\infty = 0.$$

$$U_i = \frac{0,75}{E} \sigma_c \left(-\frac{m_b \sigma_y}{\sigma_c}\right)^a \exp\left[\frac{2}{(1-a)m_b} \left(\left(-\frac{m_b \sigma_y}{\sigma_c}\right)^{1-a} - \left(\frac{m_b P_i}{\sigma_c}\right)^{1-a}\right)\right]$$

m_b et a sont des constantes caractéristiques de la roche constituant le massif.

σ_c est la résistance en compression simple de la roche.

A1-2.3 Résolution de l'équilibre final.

Nous donnons ci-dessous les équations dont la solution est U_{eq} convergence en paroi à l'équilibre final du tunnel soutenu.

U_0 et P_{eq} s'en déduisent respectivement à partir de la relation (A1.5) et de la deuxième relation de (A1.4).

- Elasticité

$$U_{eq} = \frac{P_\infty + K_s U_f^s (1 - a^s(d_0))}{K_s (1 - a^s(d_0)) + 2E/3} \quad (\text{A1.6})$$

- Plasticité parfaite : Tresca

$$a \log(U_{eq}) + b U_{eq} + c = 0 \quad (\text{A1.7})$$

avec :

$$a = -C/K_s$$

$$b = a^s(d_0) - 1$$

$$c = (1 - a^s(d_0)) U_f^s + \frac{P_\infty}{K_s} + \frac{C}{K_s} (\log(1,5C/E) - 1)$$

- Si $P_{eq} > P_\infty - C$ alors le massif reste entièrement élastique et U_{eq} est recalculé à partir de la relation (A1.6).

- Plasticité parfaite : Mohr-Coulomb (potentiel de Tresca)

$$aU_{eq}^{n_1} + bU_{eq}^{n_2} + c = 0 \quad (A1.8)$$

avec :

$$\begin{aligned} a &= \left[\frac{(K_p + 1)E}{1,5(K_p - 1)(P_\infty + H)} \right]^{\frac{K_p - 1}{2}} \frac{K_p + 1}{2} \frac{K_s}{E} (1 - a^s(d_0)) \\ b &= \left[\frac{(K_p + 1)E}{1,5(K_p - 1)(P_\infty + H)} \right]^{\frac{K_p - 1}{2}} \frac{K_p + 1}{2} \left(U_f^s \frac{K_s}{E} (a^s(d_0) - 1) + \frac{H}{E} \right) \\ c &= -\frac{P_\infty + H}{E} \\ n_1 &= \frac{K_p + 1}{2} \\ n_2 &= \frac{K_p - 1}{2} \end{aligned}$$

Où $H = C \cot(\varphi)$.

Si $P_{eq} > \frac{2}{K_p + 1}(P_\infty + H) - H$ alors le massif reste entièrement élastique et U_{eq} est recalculé à partir de la relation (A1.6).

- Plasticité parfaite : Hoek-Brown (potentiel de Tresca)

$$a(\text{Log } U_{eq})^2 + b \text{Log } U_{eq} + c U_{eq} + d = 0 \quad (A1.9)$$

avec :

$$\begin{aligned} a &= m/16 \\ b &= -\frac{m}{8} \left[\frac{4}{m \sigma_c} \sqrt{\sigma_c^2 - m \sigma_y \sigma_c} + \text{Log} \left(\frac{0,75}{E} \sqrt{\sigma_c^2 - m \sigma_y \sigma_c} \right) \right] \\ c &= K_s \frac{a^s(d_0) - 1}{\sigma_c} \\ d &= \frac{m}{16} \left[\frac{4}{m \sigma_c} \sqrt{\sigma_c^2 - m \sigma_y \sigma_c} + \text{Log} \left(\frac{0,75}{E} \sqrt{\sigma_c^2 - m \sigma_y \sigma_c} \right) \right]^2 - \frac{1}{m} + U_f^s \frac{K_s}{\sigma_c} (1 - a^s(d_0)) \end{aligned}$$

Où σ_y est définie ci-dessus (cf. A1-2.2) pour le critère de Hoek-Brown. σ_c et m sont des constantes caractéristiques du massif satisfaisant au critère de Hoek-Brown.

Si $P_{eq} > -\sigma_y$ alors le massif reste entièrement élastique et U_{eq} est recalculé à partir de la relation (A1.6).

- Plasticité parfaite : Hoek-Brown modifié (potentiel de Tresca)

$$A \left(B \text{Log} U_{eq} + C \right)^{\frac{1}{1-a}} + D U_{eq} + E = 0 \quad (\text{A1.10})$$

avec :

$$A = \frac{1}{m_b}$$

$$B = \frac{a-1}{2} m_b$$

$$C = \frac{a-1}{2} m_b \text{Log} \left[\frac{E}{0,75 \sigma_c} \frac{1}{\left(-m_b \frac{\sigma_y}{\sigma_c} \right)^{-a}} \right] + \left(-m_b \frac{\sigma_y}{\sigma_c} \right)^{1-a}$$

$$D = K_s \frac{a^s(d_0) - 1}{\sigma_c}$$

$$E = U_f^s K_s \frac{1 - a^s(d_0)}{\sigma_c}$$

Où σ_y est définie ci-dessus (cf. A1-2.2) pour le critère de Hoek-Brown modifié. σ_c , m_b et a sont des constantes caractéristiques du massif satisfaisant au critère de Hoek-Brown modifié.

Si $P_{eq} > -\sigma_y$ alors le massif reste entièrement élastique et U_{eq} est recalculé à partir de la relation (A1.6).

A1-3 PRÉCISION DE LA NMI.

La méthode a été testée (vis à vis de l'étude numérique 2D axisymétrique) pour une large gamme de valeurs des paramètres indépendants du problème pour chaque loi de comportement.

L'erreur commise sur la convergence à l'équilibre U_{eq} dans les cas testés est *inférieure* à :

- 6% en élasticité ;
- 5% en plasticité parfaite : Tresca ;
- 10% en plasticité parfaite : Mohr-Coulomb (potentiel de Tresca) ;
- 10 % en plasticité parfaite : Hoek-Brown et Hoek-Brown modifié (potentiel de Tresca).

Annexe A2

Expressions analytiques pour la Nouvelle Méthode Implicite en viscoplasticité.

Remarques :

les domaines de validité des expressions ci-dessous sont identiques à ceux de la Nouvelle Méthode Implicite, mentionnés dans le paragraphe II-5.4 de la partie II. Ces expressions concernent les critères de Tresca et de Mohr-Coulomb. Les paramètres N_s et V^* doivent être adaptés en conséquence.

Pour les notations, voir pages 1 à 3.

A2-1 Paramètres A et B fonctions de N_s et V^* .

$$A(V^*) = 0,02 + 0,98 \exp\left(-\left(\frac{\log(1+V^*)}{2,8}\right)^{6,4}\right)$$

$$2B(N_s, V^*) = f_1(V^*) \left[f_2(N_s) + (1 - f_2(N_s)) \exp\left(-\left(\frac{\log(1+V^*)}{2,3}\right)^{3,3}\right) \right]$$

avec : $f_1(V^*) = 0,19 + 1,81 \exp\left(-\left(\frac{\log(1+V^*)}{2,7}\right)^{4,8}\right)$

$$f_2(N_s) = \exp(1,76 - 0,89 N_s)$$

A2-2 Convergences au front de taille.

tunnel non soutenu

$$\frac{U_f^0}{U_\infty} = g_0(N_s) + (0,29 - g_0(N_s)) \exp\left(-\left(\frac{\log(1+V^*)}{2,1}\right)^{2,2}\right)$$

tunnel soutenu

$$\frac{U_f^s}{U_\infty} = g_0(N_s) + (0,41 - 0,06 N_s - g_0(N_s)) \exp\left(-\left(\frac{\log(1+V^*)}{2,7}\right)^{2,9}\right)$$

avec : $g_0(N_s) = 0,27 N_s \exp(1 - N_s)$

A2-3 Coefficients C_1 et C_2 fonctions de N_s et V^* .

$$C_1(N_s, V^*) = g_1(N_s) - (g_1(N_s) - 0,5) \exp\left(-\left(\frac{\log(1 + V^*)}{3,54}\right)^{h_1(N_s)}\right)$$

avec : $g_1(N_s) = \exp(-0,12 + 0,82 N_s)$

$h_1(N_s) = \exp(2,09 + 0,05 N_s)$

$$C_2(N_s, V^*) = g_2(N_s) - (g_2(N_s) - 0,6) \exp\left(-\left(\frac{\log(1 + V^*)}{3,7}\right)^{h_2(N_s)}\right)$$

avec : $g_2(N_s) = \exp(-0,71 + 1,17 N_s)$

$h_2(N_s) = -0,56 + 2,51 N_s$

Annexe A3

Quelques propriétés du champ de pression interstitielle dans un massif poro-élastique linéaire.

Pour le problème du tunnel 1D creusé en milieu poro-élastique linéaire, seul le cas où la paroi est drainante nous intéresse car si celle-ci est imperméable il n'y pas de diffusion hydraulique (cf. III-5.2). Le problème à résoudre est écrit dans le paragraphe III-5.2 (relation (3.49)).

On pose $r^* = r/R_i$ et $t^* = t/\tau$ où $\tau = R_i^2/\alpha$ avec $\alpha = kM \frac{\lambda_0 + 2\mu}{\lambda + 2\mu}$.

On définit la variable adimensionnelle $\xi = \frac{r^* - 1}{\sqrt{t^*}}$ pour $t^* > 0$ (A3.1)

On remarque que $\xi \geq 0$ dans tout le massif entourant le tunnel. On a aussi :

$$\partial_r \xi = \frac{1}{R_i \sqrt{t^*}} \quad \partial_t \xi = -\frac{\xi}{2t} \quad (\text{A3.2})$$

Une solution approchée du problème (3.49) est donnée par Chan et Hughes (1993) :

$$p^* = \frac{\delta p(r, t)}{p_i - p_\infty} = e^{-m_1 \xi - m_2 \xi^2} \quad \text{avec } m_1 = 1,25 \text{ et } m_2 = 0,13 \quad (\text{A3.3})$$

où $\delta p(r, t) = p(r, t) - p_\infty$.

p_i désigne la pression fixée en paroi du tunnel, constante au cours du temps ($p_i < p_\infty$), nulle dans le cas d'un tunnel sec.

L'expression (A3.3) est approximative avec, cependant, une assez bonne précision mais a l'avantage d'être sous une forme analytique simple. On s'en servira donc pour établir certaines propriétés (voir ci-dessous) qu'on supposera extrapolables à la solution exacte du problème (3.49).

- $\delta p(r, t) = (p_i - p_\infty) e^{-m_1 \xi - m_2 \xi^2} < 0$ (car $p_i < p_\infty$)
donc $p(r, t) < p_\infty \quad \forall r \geq R_i, \quad \forall t > 0$ (A3.4)

- $\partial_r p = \partial_r \delta p = -\frac{m_1 + 2m_2 \xi}{R_i \sqrt{t^*}} \delta p$
donc $\partial_r p(r, t) > 0 \quad \forall r \geq R_i, \quad \forall t > 0$ (A3.5)

- $\partial_t p = \partial_t \delta p = \frac{\xi}{2t} (m_1 + 2m_2 \xi) \delta p$
donc $\partial_t p(r, t) \leq 0 \quad \forall r \geq R_i, \quad \forall t > 0$ (A3.6)
 $\partial_t p(r, t)$ s'annule seulement en $r = R_i$ ou lorsque $t \rightarrow \infty$ (régime hydraulique permanent).

$$\bullet \quad \partial_{rt} p(r, t) = \partial_{rt} \delta p = \frac{\varphi(\xi)}{2R_i t \sqrt{t^*}} \delta p$$

où on a posé $\varphi(\xi) = -2m_2 \xi^2 + (4m_2 - m_1)\xi + m_1$.

Le discriminant de ce trinôme vaut $\Delta = 16m_2^2 + m_1^2 > 0$. Sachant que $m_1 = 1,25$ et $m_2 = 0,13$, la seule racine réelle positive vaut $\xi_0 \approx 1,2$.

On en déduit que : $\partial_{rt} p(r, t) = 0$ pour $r_0 = R_i (\xi_0 \sqrt{t/\tau} + 1)$ à un instant $t > 0$ donné.

$$\begin{cases} \partial_{rt} p(r, t) \leq 0 & \text{pour } \xi \leq \xi_0 \\ \partial_{rt} p(r, t) \geq 0 & \text{pour } \xi \geq \xi_0 \end{cases} \quad (\text{A3.7})$$

Annexe A4 Résolution de l'équation de diffusion en poro-élasto-plasticité.

Il s'agit de déterminer le champ de pression interstitielle dans un massif poro-élasto-plastique parfait satisfaisant au critère de Tresca dans le cas où un tunnel profond y est creusé et le chargement appliqué en paroi $\sigma_i(t)$ est tel qu'il existe une zone plastique entourant le tunnel. Le problème est unidimensionnel et est écrit dans le paragraphe III-6.2d (relations (3.73a) à (3.73h)). La méthode de résolution y est esquissée. Dans cette annexe, nous nous intéressons à résoudre le problème (3.73), dans le cas où la paroi est drainante, dans un petit intervalle de temps de la forme $[k \Delta t, (k+1) \Delta t]$ où le rayon plastique est supposé constant égal à $y_k = y(k \Delta t)$.

En considérant les mêmes notations pour la pression interstitielle que dans le paragraphe III-6.2d, à chaque instant t dans l'intervalle $[k \Delta t, (k+1) \Delta t]$, le problème à résoudre est :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \Delta p_1 = \frac{1}{\alpha_1} \partial_t p_1 + \frac{1}{\alpha_2} \dot{\sigma}_i(t) & R_i \leq r \leq y_k \quad \text{zone plastique} \\ \Delta p_2 = \frac{1}{\alpha_3} \partial_t p_2 & r \geq y_k \quad \text{zone élastique} \\ p_1(R_i, t) = p_i - p_\infty \\ p_1(y_k, t) = p_2(y_k, t) \\ \partial_r p_1(y_k, t) = \partial_r p_2(y_k, t) \\ p_2(R_e \rightarrow \infty, t) = 0 \end{array} \right. \quad (A4.1)$$

où $\alpha_1 = k M \frac{\lambda_0 + \mu}{\lambda + \mu}$, $\alpha_2 = \frac{k}{b} (\lambda_0 + \mu)$ et $\alpha_3 = k M \frac{\lambda_0 + 2\mu}{\lambda + 2\mu}$.

La condition initiale (à $t = 0$) reste inchangée : $p_1(r, t = 0) = p_2(r, t = 0) = 0$

Puisque la frontière y_k est constante sur $[k \Delta t, (k+1) \Delta t]$, on peut donc appliquer la transformée de Laplace réelle au problème (A4.1). On obtient ainsi :

$$\Delta \bar{p}_1 = \frac{s}{\alpha_1} \bar{p}_1 + \frac{1}{\alpha_2} (s \bar{\sigma}_i(s) - \sigma_i(t=0)) \quad R_i \leq r \leq y_k \quad \text{zone plastique} \quad (A4.2a)$$

$$\Delta \bar{p}_2 = \frac{s}{\alpha_3} \bar{p}_2 \quad r \geq y_k \quad \text{zone élastique} \quad (A4.2b)$$

$$\bar{p}_1(R_i, s) = \frac{p_i - p_\infty}{s} \quad (A4.2c)$$

$$\bar{p}_1(y_k, s) = \bar{p}_2(y_k, s) \quad (A4.2d)$$

$$\partial_r \bar{p}_1(y_k, s) = \partial_r \bar{p}_2(y_k, s) \quad (A4.2e)$$

$$\bar{p}_2(R_e \rightarrow \infty, s) = 0 \quad (A4.2f)$$

où $\bar{\varphi}(s)$ désigne la transformée de Laplace réelle d'une fonction $\varphi(t)$: $\bar{\varphi}(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} \varphi(t) dt$

Les valeurs initiales (à $t = 0$) interviennent par définition de la transformée de Laplace réelle, indépendamment de l'intervalle de temps d'étude.

Une solution particulière évidente de l'équation différentielle (A4.2a) s'écrit :

$$\bar{p}_{1part}(r, s) = \bar{f}_p(s) = -\frac{\alpha_1}{\alpha_2} (\bar{\sigma}_i(s) - \sigma_i(0)/s) \text{ pour } s > 0 \quad (\text{A4.3})$$

Les solutions générales des équations (A4.2a) et (A4.2b) s'écrivent respectivement :

$$\bar{p}_1(r, s) = A(s) I_0(q_1 r) + B(s) K_0(q_1 r) + \bar{f}_p(s) \quad (\text{A4.4})$$

$$\bar{p}_2(r, s) = C(s) I_0(q_3 r) + D(s) K_0(q_3 r) \quad (\text{A4.5})$$

où A , B , C et D sont des constantes d'intégration qui dépendent de s .

I_0 et K_0 désignent les fonctions de Bessel de deuxième espèce, d'ordre 0.

$$q_1 = \sqrt{s/\alpha_1}, \quad q_3 = \sqrt{s/\alpha_3}$$

On sait que lorsque $u \rightarrow \infty$, $I_0(u) \rightarrow \infty$ et $K_0(u) \rightarrow 0$.

La condition (A4.2f) impose donc : $C(s) = 0$ (A4.6)

Les conditions (A4.2c), (A4.2d) et (A4.2e) fournissent trois équations qui permettent de résoudre les trois inconnues A , B et D en fonction de s :

$$A(s) I_0(q_1 R_i) + B(s) K_0(q_1 R_i) + \bar{f}_p(s) = \frac{p_i - p_{\infty}}{s} \quad (\text{A4.7})$$

$$A(s) I_0(q_1 y_k) + B(s) K_0(q_1 y_k) + \bar{f}_p(s) = D(s) K_0(q_3 y_k) \quad (\text{A4.8})$$

$$q_1 (A(s) I_1(q_1 y_k) + B(s) K_1(q_1 y_k)) = -D(s) q_3 K_1(q_3 y_k) \quad (\text{A4.9})$$

où I_1 et K_1 désignent les fonctions de Bessel de deuxième espèce, d'ordre 1.

Maintenant que toutes les constantes d'intégration sont connues, $p_1(r, t)$ et $p_2(r, t)$ peuvent être déterminés à partir de $\bar{p}_1(r, s)$ et $\bar{p}_2(r, s)$ par inversion de la transformée de Laplace réelle. Pour ce faire, on utilise l'algorithme de Stehfest (cf. III-5.3, relation (3.52)).

Annexe A5

Etude de la configuration ZP-ZD-ZP-ZE

Nous considérons un tunnel 1D creusé dans un massif poro-élasto-plastique parfait de Tresca et nous supposons que l'on est en configuration ZP-ZD-ZP-ZE (voir figures III.22 et A5-1).

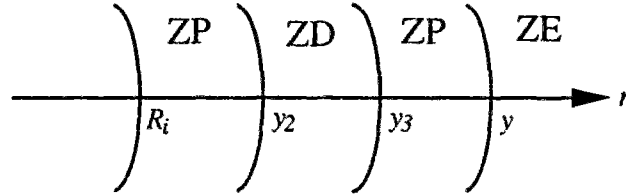


Figure A5-1 : configuration ZP-ZD-ZP-ZE.

A5-1 Evolution de la configuration ZP-ZD-ZP-ZE.

- Dans les zones plastiques (ZP), le critère est atteint :

$$F = (\sigma_r + \beta p) - (\sigma_\theta + \beta p) - 2C = \sigma_r - \sigma_\theta - 2C = 0$$

De la relation d'équilibre (3.35), on déduit que : $r \partial_r \sigma_r = -2C$.

$$\text{Donc : } \partial_{rt} \sigma_r = 0 \quad (\text{A5.1})$$

En particulier, cette relation est vraie en $r = y_2$, $r = y_3$ et $r = y$.

- En $r = y_2$, on a $\partial_t \varepsilon^p(r, t) = 0$. En tenant compte de (A5.1), la relation (3.59b) s'écrit :

$$b \partial_t p(y_2, t) - \frac{2b}{y_2^2} \partial_t G(y_2, t) + \frac{\dot{A}(t)}{y_2^2} = 0 \quad (\text{A5.2})$$

on en déduit de même pour $r = y_3$ et $r = y$:

$$b \partial_t p(y_3, t) - \frac{2b}{y_3^2} \partial_t G(y_3, t) + \frac{\dot{A}(t)}{y_3^2} = 0 \quad (\text{A5.3})$$

$$b \partial_t p(y, t) - \frac{2b}{y^2} \partial_t G(y, t) + \frac{\dot{A}(t)}{y^2} = 0 \quad (\text{A5.4})$$

- On a $\varepsilon^p(r, t) = 0$ en zone élastique (ZE), donc $\partial_t \varepsilon^p(r, t) = 0$. On intègre la relation (3.58b) par rapport à la variable d'espace entre y et l'infini (tenant compte du fait que $G(r, t)/r^2 \rightarrow 0$ lorsque $r \rightarrow \infty$) :

$$\frac{\lambda_0 + 2\mu}{\mu} \partial_t \sigma_r(y, t) + \frac{2b}{y^2} \partial_t G(y, t) - \frac{\dot{A}(t)}{y^2} = 0 \quad (\text{A5.5})$$

- Par intégration de la relation (A5.1) par rapport à la variable d'espace dans les deux zones plastiques de la figures A5-1, on trouve :

$$\partial_t \sigma_r(y_2, t) = \dot{\sigma}_i(t) \quad (\text{A5.6})$$

$$\partial_t \sigma_r(y_3, t) = \partial_t \sigma_r(y, t) \quad (\text{A5.7})$$

- En zone déchargée (ZD), on a $\partial_t \varepsilon^p(r, t) = 0$. On intègre la relation (3.59b) par rapport à la variable d'espace entre y_2 et y_3 :

$$\frac{\lambda_0 + 2\mu}{\mu} (\partial_t \sigma_r(y_3, t) - \partial_t \sigma_r(y_2, t)) + 2b \left(\frac{\partial_t G(y_3, t)}{y_3^2} - \frac{\partial_t G(y_2, t)}{y_2^2} \right) - \dot{A}(t) \left(\frac{1}{y_3^2} - \frac{1}{y_2^2} \right) = 0 \quad (\text{A5.8})$$

- En tenant compte de (A5.6) et (A5.7), la relation (A5.8) s'écrit :

$$\frac{\lambda_0 + 2\mu}{\mu} \partial_t \sigma_r(y, t) = \frac{\lambda_0 + 2\mu}{\mu} \dot{\sigma}_i(t) - 2b \left(\frac{\partial_t G(y_3, t)}{y_3^2} - \frac{\partial_t G(y_2, t)}{y_2^2} \right) + \dot{A}(t) \left(\frac{1}{y_3^2} - \frac{1}{y_2^2} \right) \quad (\text{A5.9})$$

on élimine $\partial_t \sigma_r(y, t)$ entre les relations (A5.9) et (A5.5) et on obtient :

$$\dot{A}(t) = \frac{\frac{\lambda_0 + 2\mu}{\mu} \dot{\sigma}_i(t) - 2b \left(\frac{\partial_t G(y_3, t)}{y_3^2} - \frac{\partial_t G(y_2, t)}{y_2^2} - \frac{\partial_t G(y, t)}{y^2} \right)}{\frac{1}{y^2} - \frac{1}{y_3^2} + \frac{1}{y_2^2}} \quad (\text{A5.10})$$

Les relations (A5.2), (A5.3) et (A5.4) se réécrivent sous la forme du système (A5.11) ci-dessous :

$$\begin{cases} b \partial_t p(y_2, t) - \frac{2b}{y_2^2} \partial_t G(y_2, t) + \frac{\frac{\lambda_0 + 2\mu}{\mu} \dot{\sigma}_i(t) - 2b \left(\frac{\partial_t G(y_3, t)}{y_3^2} - \frac{\partial_t G(y_2, t)}{y_2^2} - \frac{\partial_t G(y, t)}{y^2} \right)}{\left(\frac{y_2}{y} \right)^2 - \left(\frac{y_2}{y_3} \right)^2 + 1} = 0 \\ b \partial_t p(y_3, t) - \frac{2b}{y_3^2} \partial_t G(y_3, t) + \frac{\frac{\lambda_0 + 2\mu}{\mu} \dot{\sigma}_i(t) - 2b \left(\frac{\partial_t G(y_3, t)}{y_3^2} - \frac{\partial_t G(y_2, t)}{y_2^2} - \frac{\partial_t G(y, t)}{y^2} \right)}{\left(\frac{y_3}{y} \right)^2 - \left(\frac{y_3}{y_2} \right)^2 + 1} = 0 \\ b \partial_t p(y, t) - \frac{2b}{y^2} \partial_t G(y, t) + \frac{\frac{\lambda_0 + 2\mu}{\mu} \dot{\sigma}_i(t) - 2b \left(\frac{\partial_t G(y_3, t)}{y_3^2} - \frac{\partial_t G(y_2, t)}{y_2^2} - \frac{\partial_t G(y, t)}{y^2} \right)}{1 - \left(\frac{y}{y_3} \right)^2 - \left(\frac{y}{y_2} \right)^2} = 0 \end{cases}$$

ce système différentiel du premier ordre permet de résoudre les fonctions $y_2(t)$, $y_3(t)$ et $y(t)$ dans le cas où on connaît les valeurs initiales et l'expression de la pression interstitielle. Les figures III.17 montrent que la configuration ZP-ZD-ZP-ZE suit toujours la configuration ZP-ZE à partir d'un certain instant (qu'on notera t_i). L'instant t_i représente donc l'instant initial pour le système (A5.11). Juste avant cet instant, en configuration ZP-ZE, $\varepsilon^p(r, t)$ s'annule en un point intérieur à la zone plastique, à la distance r_0 de la paroi ($R_i < r_0 < y(t_i)$). Cependant, comme $y_2(t)$ et $y_3(t)$ jouent des rôles parfaitement symétriques dans le système (A5.11), nous proposons de leur affecter des valeurs initiales légèrement différentes mais proches de r_0 . Ainsi, les conditions initiales sont : $y(t_i)$, $y_2(t_i) = r_0 - dr_0$ et $y_3(t_i) = r_0 + dr_0$ où $dr_0 = r_0 / 10$, par exemple.

$y(t_i)$ désigne la valeur du rayon plastique y à l'instant t_i , à la fin de la configuration ZP-ZE.

Pour simplifier, dans le cas où la paroi est drainante, nous supposons que la pression interstitielle (depuis l'instant t_i) vérifie l'équation de diffusion poro-élastique (3.46). Ce choix est motivé par le fait que dans les zones déchargée et élastique, la relation (3.46) est effectivement vérifiée, de plus lorsqu'apparaît une zone déchargée, $\dot{\sigma}_i(t)$ est déjà faible et induit donc un faible couplage hydro-mécanique dans la zone plastique dans le cas drainé. Les "constatations" numériques vont dans ce sens..

La résolution numérique du système (A5.11) montre, pour tous les cas traités où la paroi est drainante et $\sigma_i(t)$ vérifie la relation (3.79), que $y_3(t)$ rejoint *rapidement* $y(t)$. Cette dernière évolue légèrement en empiétant sur la zone élastique alors que $y_2(t)$ évolue vers la paroi du tunnel avec, cependant, une vitesse d'évolution inférieure à celle de $y_3(t)$ en valeur absolue. On aboutit donc, dans tous les cas traités, à une configuration ZP-ZD-ZE au bout d'un temps bref.

A5-2 Détermination des contraintes totales principales et déplacement.

Le principe de calcul est identique à celui de la configuration ZP-ZD-ZE.

Première zone plastique : $R_i \leq r \leq y_2$

$$\begin{aligned}\sigma_r(r,t) &= \sigma_i(t) - 2C \text{Log}(r/R_i) \\ \sigma_\theta(r,t) &= \sigma_i(t) - 2C(1 + \text{Log}(r/R_i)) \\ 2(\lambda_0 + \mu) \frac{\partial_t u}{r}(r,t) &= \dot{\sigma}_i(t) + 2b \frac{\partial_t G(r,t) - \partial_t G(y_2,t)}{r^2} + b(y_2/r)^2 \partial_t p(y_2,t)\end{aligned}\tag{A5.12}$$

Zone déchargée : $y_2 \leq r \leq y_3$

$$\begin{aligned}\partial_t \sigma_r(r,t) &= -\frac{b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} p(y,t) + \frac{b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} (1 - (y_3/r)^2) \partial_t p(y_3,t) \\ &\quad - \frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} \frac{\partial_t G(r,t) - \partial_t G(y_3,t)}{r^2} \\ \partial_t \sigma_\theta(r,t) &= -\frac{b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} p(y,t) + \frac{b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} (1 + (y_3/r)^2) \partial_t p(y_3,t) \\ &\quad - \frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} \left(\partial_t p(r,t) - \frac{\partial_t G(r,t) - \partial_t G(y_3,t)}{r^2} \right) \\ \frac{\partial_t u}{r}(r,t) &= -\frac{b\mu}{2(\lambda_0 + 2\mu)(\lambda_0 + \mu)} (\partial_t p(y,t) - \partial_t p(y_3,t)) \\ &\quad + \frac{b}{2(\lambda_0 + 2\mu)} (y_3/r)^2 \partial_t p(y_3,t) + \frac{b}{\lambda_0 + 2\mu} \frac{\partial_t G(r,t) - \partial_t G(y_3,t)}{r^2}\end{aligned}\tag{A5.13}$$

Deuxième zone plastique : $y_3 \leq r \leq y$

$$\begin{aligned}\partial_t \sigma_r(r, t) &= -\frac{b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} \partial_t p(y, t) \\ \partial_t \sigma_\theta(r, t) &= -\frac{b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} \partial_t p(y, t) \\ 2(\lambda_0 + \mu) \frac{\partial_t u}{r}(r, t) &= -b \left(\frac{\mu}{\lambda_0 + 2\mu} - (y/r)^2 \right) \partial_t p(y, t) + 2b \frac{\partial_t G(r, t) - \partial_t G(y, t)}{r^2}\end{aligned}\quad (\text{A5.14})$$

Zone élastique : $r \geq y$

$$\begin{aligned}\partial_t \sigma_r(r, t) &= \frac{\mu}{\lambda_0 + 2\mu} \left[-b(y/r)^2 \partial_t p(y, t) - 2b \frac{\partial_t G(r, t) - \partial_t G(y, t)}{r^2} \right] \\ \partial_t \sigma_\theta(r, t) &= \frac{\mu}{\lambda_0 + 2\mu} \left[b(y/r)^2 \partial_t p(y, t) - 2b \left(\partial_t p(y, t) - \frac{\partial_t G(r, t) - \partial_t G(y, t)}{r^2} \right) \right] \\ 2(\lambda_0 + \mu) \frac{\partial_t u}{r}(r, t) &= b \frac{\lambda_0 + \mu}{\lambda_0 + 2\mu} \left((y/r)^2 \partial_t p(y, t) + 2 \frac{\partial_t G(r, t) - \partial_t G(y, t)}{r^2} \right)\end{aligned}\quad (\text{A5.15})$$

$\sigma_r(r, t)$, $\sigma_\theta(r, t)$ et $\frac{u}{r}(r, t)$ sont déterminés à partir de leurs dérivées temporelles grâce à la relation (A5.16) ci-dessous, où t_i est l'instant de début de la configuration ZP-ZD-ZP-ZE et de la fin de la configuration ZP-ZE. $\sigma_r(r, t_i)$, $\sigma_\theta(r, t_i)$ et $\frac{u}{r}(r, t_i)$ sont calculés à partir de leurs expressions valables en configuration ZP-ZE (voir relations (3.63a) à (3.63d), (3.66), (3.67) et (3.70)).

$$X(r, t) = X(r, t_i) + \int_{t_i}^t \partial_t X(r, \tau) d\tau \quad (\text{A5.16})$$

$\sigma_z(r, t)$ est calculé à partir de la relation (3.55d), le reliant à $\sigma_r(r, t)$ et $\sigma_\theta(r, t)$, valable en chaque point du massif et à tout instant.

Annexe A6

Tunnel 1D creusé dans un milieu poro-plastique de Mohr-Coulomb dilatant.

On considère ici le problème 1D du tunnel profond à section circulaire creusé dans un milieu infini poro-élasto-plastique satisfaisant au critère plastique de Mohr-Coulomb. Le matériau constituant le massif sera, en outre, considéré dilatant.

Le schéma représentant le problème 1D est celui représenté sur la figure III.2.

Les notations du problème sont celles introduites dans les pages 1 à 3.

En particulier, l'hypothèse du régime de face ($\sigma_r > \sigma_z > \sigma_\theta$) est supposée satisfaite ainsi que celle des contraintes effectives plastiques.

$$\text{Critère : } F = K_p(\sigma_r + \beta p) - (\sigma_\theta + \beta p) - (K_p - 1)H \quad (\text{A6.1a})$$

$$\text{Potentiel : } Q = \gamma(\sigma_r + \beta p) - (\sigma_\theta + \beta p) \quad (\text{A6.1b})$$

où $K_p = (1 + \sin \varphi) / (1 - \sin \varphi)$, $\gamma = (1 + \sin \psi) / (1 - \sin \psi)$ et $H = C / \tan(\varphi)$.

φ et ψ désignent, respectivement, les angles de frottement et de dilatance du matériau constituant le massif ($0 < \psi \leq \varphi$).

$$\text{On a } d\underline{\underline{\varepsilon}}^p = d\lambda \frac{\partial Q}{\partial \underline{\underline{\sigma}}'^p} \text{ où } \underline{\underline{\sigma}}'^p = \underline{\underline{\sigma}} + \beta p \underline{\underline{1}}.$$

$d\underline{\underline{\varepsilon}}^p$ est l'incrément du tenseur des déformations plastiques.

Les calculs ne seront pas abordés en détail car, dans le principe, ils sont identiques à ceux explicités pour le cas d'un matériau de Tresca dans les paragraphes III-4, III-5 et III-6. Les résultats analytiques présentés ici ont fait l'objet de comparaison avec les calculs numériques par éléments finis, et une bonne concordance a été observée.

Enfin, tous les résultats sont relatifs à la solution "tunnel" ($R_e \gg R_i$).

A6-1 RÉPONSE INSTANTANÉE.

Le problème posé dans ce paragraphe est analogue à celui explicité dans III-4.2. Le but est de trouver la réponse, à $t = 0^+$, en contraintes principales, déplacement et pression interstitielle suite à un chargement mécanique instantané :

$$\sigma_i(t \leq 0) = \sigma_\infty, \quad \sigma_i(t = 0^+) = \sigma_i \text{ tel que : } \sigma_\infty < \sigma_i \leq 0.$$

On ramène la résolution de ce problème à celle d'un problème monophasique grâce au principe d'équivalence (Giraud 1993, cf. III-2.3a). Les nouveaux critère et potentiel s'écrivent donc :

$$\tilde{F} = \tilde{K}_p \sigma_r - \sigma_\theta - (\tilde{K}_p - 1)(\tilde{H}_\infty + \tilde{H}_e \text{Tr}(\tilde{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p)) \quad (\text{A6.2a})$$

$$G = \tilde{\gamma}_0(\tilde{\gamma} \sigma_r - \sigma_\theta) \quad (\text{A6.2b})$$

avec :

$$\begin{aligned}
 \tilde{K}_p &= \frac{3K_p - \beta B_s (K_p - 1)(1 + \nu)}{3 + \beta B_s (K_p - 1)(1 + \nu)} \\
 \tilde{H}_\infty &= \frac{3H - \beta (3P_\infty + 2(1 + \nu) B_s \sigma_\infty)}{3 - 2\beta B_s (1 + \nu)} \\
 \tilde{H}_\varepsilon &= \frac{3\beta^2 B_s}{3 - 2\beta B_s (1 + \nu)} \left(\frac{K_0}{b} + \frac{E B_s}{9} \right) \\
 \tilde{\gamma} &= \frac{3\gamma - \beta B_s (\gamma - 1)(1 + \nu)}{3 + \beta B_s (\gamma - 1)(1 + \nu)} \\
 \tilde{\gamma}_0 &= \frac{3 + \beta B_s (\gamma - 1)(1 + \nu)}{3}
 \end{aligned} \tag{A6.3}$$

Où $B_s = bM/K$ est le coefficient de Skempton.

$\underline{\underline{\tilde{\varepsilon}}}^P$ est le tenseur des déformations plastiques équivalent dans le milieu monophasique. La relation (3.15) le lie au tenseur des déformations plastiques du milieu poreux.

On a : $d\underline{\underline{\tilde{\varepsilon}}}^P = d\lambda \frac{\partial Q}{\partial \underline{\underline{\sigma}}}$. On peut donc écrire :

$$\underline{\underline{\tilde{\varepsilon}}}^P = \tilde{\gamma}_0 \begin{pmatrix} \tilde{\gamma} \tilde{\varepsilon}^P & 0 & 0 \\ 0 & -\tilde{\varepsilon}^P & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ où } \tilde{\varepsilon}^P(r) \text{ est une fonction à valeurs positives.} \tag{A6.4}$$

$$Tr(\underline{\underline{\tilde{\varepsilon}}}^P) = \tilde{\gamma}_0 (\tilde{\gamma} - 1) \tilde{\varepsilon}^P \tag{A6.5}$$

L'écriture du critère (A6.2a) suggère qu'un terme d'écrouissage $(-(\tilde{K}_p - 1)\tilde{H}_\varepsilon Tr(\underline{\underline{\tilde{\varepsilon}}}^P))$ est introduit dans la loi de comportement du matériau monophasique équivalent. Celui-ci a toujours un comportement satisfaisant au critère de Mohr-Coulomb avec un angle de frottement, un angle de dilatance et une cohésion équivalents, respectivement définis par :

$$\tilde{\varphi} = \text{Arc sin} \left(\frac{\tilde{K}_p - 1}{\tilde{K}_p + 1} \right) \quad \tilde{\psi} = \text{Arc sin} \left(\frac{\tilde{\gamma} - 1}{\tilde{\gamma} + 1} \right) \quad \tilde{C} = \tilde{H}_\infty \tan(\tilde{\varphi}) \tag{A6.6}$$

A6-1.1 Calcul de la contrainte de confinement critique.

σ_{i0} désigne la contrainte de confinement critique telle que :

- si $\sigma_i < \sigma_{i0}$, le massif tout entier reste élastique ;
- si $\sigma_i \geq \sigma_{i0}$, une zone plastique, entourant le tunnel apparaît.

σ_{i0} est définie par :

$$\sigma_{i0} = \tilde{H}_\infty - \frac{2}{\tilde{K}_p + 1} (\tilde{H}_\infty - \sigma_\infty) \tag{A6.7}$$

On remarque que σ_{i0} est indépendante de l'angle de dilatance.

A6-1.2 Calcul du rayon plastique.

En supposant $\sigma_i \geq \sigma_{i0}$, le rayon y de la zone plastique est solution de l'équation :

$$A(y)y^{s_1} + B(y)y^{s_2} + \frac{2}{\tilde{K}_p + 1}(\tilde{H}_\infty - \sigma_\infty) = 0 \quad (\text{A6.8})$$

avec :

$$A(y) = -\frac{(\tilde{K}_p - 1 - s_2)(\sigma_i - \tilde{H}_\infty)}{(\tilde{K}_p - 1 - s_1)R_i^{s_2}y^{s_1-s_2} - (\tilde{K}_p - 1 - s_2)R_i^{s_1}} \quad (\text{A6.9a})$$

$$B(y) = \frac{(\tilde{K}_p - 1 - s_1)(\sigma_i - \tilde{H}_\infty)}{(\tilde{K}_p - 1 - s_1)R_i^{s_2} - (\tilde{K}_p - 1 - s_2)R_i^{s_1}y^{s_2-s_1}} \quad (\text{A6.9b})$$

$$s_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } s_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad (\text{A6.10})$$

$$\text{où } a = -\frac{2}{(\tilde{K}_p - 1)(\tilde{\gamma} - 1)\tilde{H}_\epsilon} - \frac{\lambda + 2\mu}{2\mu(\lambda + \mu)}$$

$$b = \frac{2(\tilde{K}_p - \tilde{\gamma} - 2)}{(\tilde{K}_p - 1)(\tilde{\gamma} - 1)\tilde{H}_\epsilon} - \frac{\lambda + 2\mu}{\mu(\lambda + \mu)}$$

$$c = \frac{2(\tilde{\gamma} + 1)}{(\tilde{\gamma} - 1)\tilde{H}_\epsilon}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

A6-1.3 Calcul des contraintes principales, déplacement et pression interstitielle.

On suppose qu'on est en présence des deux zones plastique et élastique, c'est-à-dire que $\sigma_i \geq \sigma_{i0}$.

Zone plastique : $R_i \leq r \leq y$

$$\sigma_r - \tilde{H}_\infty = A(y)r^{s_1} + B(y)r^{s_2}$$

$$\sigma_\theta - \tilde{H}_\infty = A(y)(s_1 + 1)r^{s_1} + B(y)(s_2 + 1)r^{s_2}$$

$$\sigma_z = \frac{1}{\lambda + \mu}(\lambda \tilde{H}_\infty + \mu \sigma_\infty) + \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} \left[A(y)(s_1 + 2)r^{s_1} + B(y)(s_2 + 2)r^{s_2} \right]$$

$$p = p_\infty - \frac{B_s}{3} \frac{3\lambda + 2\mu}{2(\lambda + \mu)} \left[A(y)(s_1 + 2)r^{s_1} + B(y)(s_2 + 2)r^{s_2} + 2(\tilde{H}_\infty - \sigma_\infty) \right] \quad (\text{A6.11})$$

$$\begin{aligned} \frac{u}{r} = \frac{u_y}{y} + \frac{\tilde{\gamma} + 1}{(\tilde{K}_p - 1)(\tilde{\gamma} - 1)\tilde{H}_\epsilon} & \left[A(y) \frac{s_1 - \tilde{K}_p + 1}{s_1} (y^{s_1} - r^{s_1}) \right. \\ & \left. + B(y) \frac{s_2 - \tilde{K}_p + 1}{s_2} (y^{s_2} - r^{s_2}) \right] + \frac{1}{2\mu} (\sigma_y - \tilde{H}_\infty - A(y)r^{s_1} - B(y)r^{s_2}) \end{aligned}$$

avec :

$$\frac{u_y}{y} = \frac{1}{2\mu} \frac{\tilde{K}_p - 1}{\tilde{K}_p + 1} (\sigma_\infty - \tilde{H}_\infty) \quad \text{et} \quad \sigma_y = \sigma_\infty - \frac{\tilde{K}_p - 1}{\tilde{K}_p + 1} (\sigma_\infty - \tilde{H}_\infty)$$

$A(y)$, $B(y)$, s_1 et s_2 sont définis par les relations (A6.9a), (A6.9b) et (A6.10).

Zone élastique : $r \geq y$

$$\sigma_r - \sigma_\infty = -\frac{\tilde{K}_p - 1}{\tilde{K}_p + 1}(\sigma_\infty - \tilde{H}_\infty)(y/r)^2$$

$$\sigma_\theta - \sigma_\infty = \frac{\tilde{K}_p - 1}{\tilde{K}_p + 1}(\sigma_\infty - \tilde{H}_\infty)(y/r)^2$$

$$\sigma_z - \sigma_\infty = 0 \quad (\text{A6.12})$$

$$p = p_\infty$$

$$\frac{u}{r} = \frac{1}{2\mu} \frac{\tilde{K}_p - 1}{\tilde{K}_p + 1}(\sigma_\infty - \tilde{H}_\infty)(y/r)^2$$

A6-2 RÉPONSE EN RÉGIME TRANSITOIRE.

Le tenseur des déformations plastiques s'écrit : $\underline{\varepsilon}^p = \begin{pmatrix} \gamma \varepsilon^p & 0 & 0 \\ 0 & -\varepsilon^p & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

La pression interstitielle vérifie l'équation de diffusion généralisée en poro-plasticité (3.13) qui s'écrit ici :

$$k \Delta p = \frac{1}{M} \partial_t p + \frac{b}{r} \partial_r (r \partial_t u) - (b - \beta)(\gamma - 1) \partial_t \varepsilon^p \quad (\text{A6.13})$$

On suppose que le chargement $\sigma_i(t)$ vérifie la condition de monotonie (3.79). $\sigma_i(t)$ augmente de sa valeur initiale σ_∞ à une valeur finale $\sigma_{i\infty}$ ($\sigma_\infty < \sigma_{i\infty} \leq 0$). On suppose, en outre, que $\sigma_{i\infty} > \sigma_{ic}$ où σ_{ic} désigne la contrainte de confinement critique à partir de laquelle une zone plastique, entourant le tunnel, apparaît.

On ne s'intéressera qu'au cas où la paroi du tunnel est drainante : $p(R_i, t) = 0$ (tunnel sec).

Comme en III-5 et III-6, on supposera dans un premier temps que p est connue puis on explicitera l'équation de diffusion.

A6-2.1 Cas où il n'y a pas de décharges élastiques.

On considère que $\sigma_i \geq \sigma_{ic}$ (voir ci-dessous). On est donc en présence de deux zones plastique et élastique.

A6-2.1a Calcul de la contrainte de confinement critique.

$$\sigma_{ic} = \sigma_\infty + \frac{1}{K_p + 1} \left[(K_p - 1)(H - \sigma_\infty) + \frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} p_\infty \right] \quad (\text{A6.14})$$

On remarque que cette valeur est indépendante de l'angle de dilatance.

A6-2.1b Calcul du rayon plastique.

Le rayon de la zone plastique $y(t)$ est solution de l'équation :

$$\left(\frac{y}{R_i}\right)^{K_p-1} \sigma_i(t) + (K_p - 1) y^{K_p-1} \int_{R_i}^y r^{-K_p} (\beta p(r, t) - H) dr - \sigma_\infty - \frac{1}{K_p + 1} \left[(K_p - 1)(H - \sigma_\infty - \beta p(y, t)) - \frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} (p(y, t) - p_\infty) \right] = 0 \quad (\text{A6.15})$$

On remarque que y ne dépend de l'angle de dilatance que par l'intermédiaire de la pression interstitielle si celle-ci en dépend.

A6-2.1c Solutions en contraintes principales et déplacement.

On définit les fonctions $G(r, t)$ et $G_\gamma(r, t)$ par :

$$G(r, t) = \int_{R_i}^r r' (p(r', t) - p_\infty) dr' \quad G_\gamma(r, t) = \int_{R_i}^r r'^\gamma (p(r', t) - p_\infty) dr' \quad (\text{A6.16})$$

Zone plastique (ZP) : $R_i \leq r \leq y$

$$\begin{aligned} \sigma_r(r, t) &= \left(\frac{r}{R_i}\right)^{K_p-1} \sigma_i(t) + (K_p - 1) r^{K_p-1} \int_{R_i}^r r'^{-K_p} (\beta p(r', t) - H) dr' \\ \sigma_\theta(r, t) &= K_p \left(\frac{r}{R_i}\right)^{K_p-1} \sigma_i(t) + (K_p - 1) \left[K_p r^{K_p-1} \int_{R_i}^r r'^{-K_p} (\beta p(r', t) - H) dr' + \beta p(r, t) - H \right] \\ \sigma_z(r, t) &= \sigma_\infty + 2\lambda_0 \left(\frac{u}{r}(r, t) + \varepsilon^p(r, t) \right) - \frac{\lambda_0}{2\mu} (K_p - 1) (\sigma_r(r, t) + \beta p(r, t) - H) - b(p(r, t) - p_\infty) \\ \frac{u}{r}(r, t) &= - \left(\frac{2\gamma\mu + (\gamma - 1)\lambda_0}{4\mu(\lambda_0 + \mu)} (K_p - 1) + \frac{\gamma + 1}{2(\lambda_0 + \mu)} \right) r^{-(\gamma+1)} \int_r^y r'^\gamma \sigma_r(r', t) dr' \\ &\quad - \frac{2\gamma\mu + (\gamma - 1)\lambda_0}{4\mu(\lambda_0 + \mu)} (K_p - 1) r^{-(\gamma+1)} \int_r^y r'^\gamma (\beta p(r', t) - H) dr' \\ &\quad + \left(\frac{y}{r}\right)^{\gamma+1} \frac{u_y}{y} + \frac{\sigma_\infty}{2(\lambda_0 + \mu)} \left(\left(\frac{y}{r}\right)^{\gamma+1} - 1 \right) - \frac{b(\gamma + 1)}{2(\lambda_0 + \mu)} \frac{G_\gamma(y, t) - G_\gamma(r, t)}{r^{\gamma+1}} \end{aligned} \quad (\text{A6.17})$$

$$\text{où } \frac{u_y}{y} = - \frac{1}{2\mu(K_p + 1)} \left[(K_p - 1)(H - \sigma_\infty - \beta p(y, t)) - \frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} (p(y, t) - p_\infty) \right].$$

$\gamma \varepsilon^p$ est la composante radiale du tenseur de déformations plastiques :

$$\begin{aligned}
\varepsilon^p(r,t) = & \frac{(\lambda_0 + 2\mu)(K_p - 1)}{4\mu(\lambda_0 + \mu)} (\sigma_r(r,t) + \beta p(r,t) - H) - \left(\frac{y}{r}\right)^{\gamma+1} \frac{u_y}{y} \\
& + \frac{\gamma+1}{2(\lambda_0 + \mu)} r^{-(\gamma+1)} \int_r^y r'^\gamma \sigma_r(r',t) dr' + \frac{1}{2(\lambda_0 + \mu)} \left(\sigma_r(r,t) - \sigma_\infty \left(\frac{y}{r}\right)^{\gamma+1} \right) \\
& + \frac{2\gamma\mu + (\gamma-1)\lambda_0}{4\mu(\lambda_0 + \mu)} (K_p - 1) r^{-(\gamma+1)} \int_r^y r'^\gamma (\sigma_r(r',t) + \beta p(r',t) - H) dr' \\
& + \frac{b}{2(\lambda_0 + \mu)} \left(p(r,t) - p_\infty + (\gamma+1) \frac{G_\gamma(y,t) - G_\gamma(r,t)}{r^{\gamma+1}} \right)
\end{aligned} \tag{A6.18}$$

Zone élastique (ZE) : $r \geq y$

$$\begin{aligned}
\sigma_r(r,t) - \sigma_\infty = & \frac{1}{K_p + 1} \left[(K_p - 1)(H - \sigma_\infty - \beta p(y,t)) - \frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} (p(y,t) - p_\infty) \right] \left(\frac{y}{r}\right)^2 \\
& - \frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} \frac{G(r,t) - G(y,t)}{r^2} \\
\sigma_\theta(r,t) - \sigma_\infty = & -\frac{1}{K_p + 1} \left[(K_p - 1)(H - \sigma_\infty - \beta p(y,t)) - \frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} (p(y,t) - p_\infty) \right] \left(\frac{y}{r}\right)^2 \\
& - \frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} \left(p(r,t) - p_\infty - \frac{G(r,t) - G(y,t)}{r^2} \right) \\
\sigma_z - \sigma_\infty = & -\frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} (p(r,t) - p_\infty) \\
\frac{u}{r}(r,t) = & -\frac{1}{2\mu(K_p + 1)} \left[(K_p - 1)(H - \sigma_\infty - \beta p(y,t)) - \frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} (p(y,t) - p_\infty) \right] \left(\frac{y}{r}\right)^2 \\
& + \frac{b}{\lambda_0 + 2\mu} \frac{G(r,t) - G(y,t)}{r^2}
\end{aligned} \tag{A6.19}$$

A6-2.1d Equation de diffusion.

A partir de l'équation de diffusion généralisée (A6.13) et des relations donnant u et ε^p dans les deux zones plastique et élastique ($\varepsilon^p = 0$ dans la zone élastique), il est possible d'en déduire une autre écriture de l'équation de diffusion, faisant intervenir juste la pression interstitielle et le chargement mécanique $\sigma_i(t)$ en plus des caractéristiques poro-élasto-plastiques du massif.

- Dans la zone élastique, (A6.13) s'écrit :

$$\Delta p = \frac{1}{\alpha} \partial_t p \text{ avec } \alpha = k M \frac{\lambda_0 + 2\mu}{\lambda + 2\mu}$$

c'est l'équation de diffusion classique dans un massif poro-élastique linéaire.

- Dans la zone plastique, l'écriture de (A6.13) est déduite à partir des relations (A6.17) et (A6.18). Son expression est fastidieuse à écrire. Nous noterons simplement qu'en plus de p , elle contient $\sigma_i(t)$ et $y(t)$, ce qui montre le caractère couplé de l'équation de diffusion dans la zone plastique.

Remarque :

Dans ce paragraphe A6-2.1, nous avons supposé l'absence de décharges élastiques dans le massif. Cette condition est liée à $\dot{\varepsilon}^p > 0$ dans la zone plastique, car $\dot{\varepsilon}^p = \dot{\lambda} / \gamma$ où $\dot{\lambda}$ est le multiplicateur plastique.

A6-2.2 Cas où il existe des décharges élastiques.

Dans le cas du critère de Mohr-Coulomb avec dilatance, des relations analogues à (3.58a), (3.58b), (3.59a) et (3.59b) concernant ε^p et $\dot{\varepsilon}^p$ et valables en tout point du massif à chaque instant ont été établies à partir de l'expression :

$$\varepsilon^p + (\gamma - 1) \frac{D(r, t)}{r^2} = \frac{1}{2} r \partial_r \left[\frac{\lambda_0 + 2\mu}{2\mu(\lambda_0 + \mu)} \sigma_r + \frac{b}{\lambda_0 + \mu} \frac{G(r, t)}{r^2} - \frac{1}{2(\lambda_0 + \mu)} \frac{A(t)}{r^2} \right] \quad (A6.20)$$

où $G(r, t)$ est défini dans (A6.16) et $A(t)$ est une fonction ne dépendant que du temps.

$$D(r, t) \text{ est défini par : } D(r, t) = \int_{R_i}^r r' \varepsilon^p(r', t) dr' \quad (A6.21)$$

Une décharge élastique ne peut s'initier que dans une zone préalablement plastique. Dans le cas où on est en configuration ZP-ZE (seulement deux zones, plastique et élastique), la vitesse des déformations plastiques $\dot{\varepsilon}^p$ est calculée en dérivant l'expression (A6.18) par rapport au temps, puis son signe est déterminé en fonctions du temps t et de la position r . Contrairement au cas du critère de Tresca, on ne peut avoir le signe de $\dot{\varepsilon}^p$ analytiquement, seul un calcul numérique le permet.

Dans le cas où la paroi est drainante (avec $p_i = 0$) et où le chargement mécanique vérifie la condition (3.79), on a constaté "numériquement" (calcul par éléments finis) que pendant la configuration ZP-ZE, très souvent, la vitesse des déformations plastiques est minimale à la frontière entre ZP et ZE, donc c'est là que s'initie la décharge élastique, et l'on est en configuration ZP-ZD-ZE.

A6-2.2a Configuration ZP-ZD-ZE ($t \geq t_I$).

(voir figure (III.22))

t_I est l'instant de transition entre les configurations ZP-ZE et ZP-ZD-ZE.

- L'équation d'évolution de y_I est :

$$\begin{aligned} & \frac{\lambda_0 + 2\mu}{2\mu} (K_p + 1) \left[\left(\frac{y_I}{R_i} \right)^{K_p - 1} \dot{\sigma}_i(t) + (K_p - 1) y_I^{K_p - 1} \int_{R_i}^{y_I} r'^{-K_p} \beta \partial_t p(r', t) dr' \right] \\ & + \left[\frac{\lambda_0 + 2\mu}{2\mu} (K_p - 1) \beta + b \right] \partial_t p(y_I, t) = 0 \end{aligned} \quad (A6.21)$$

Zone plastique (ZP) : $R_i \leq r \leq y_I$

σ_r , σ_θ , σ_z , u/r et ε^p ont les mêmes expressions que celles correspondant à la configuration ZP-ZE (voir les relations A6.17 et A6.18), mais où y est remplacé par y_I .

Pour la suite, y désignera le rayon de la zone plastique à la fin de la configuration ZP-ZE, à l'instant t_I (juste avant que ne s'initie la zone déchargée).

Zone déchargée élastiquement (ZD) : $y_I \leq r \leq y$

$$\begin{aligned} \partial_t \sigma_r(r, t) = & \partial_t \sigma_r(y_I, t) - \frac{1}{2}(K_p - 1)(\partial_t \sigma_r(y_I, t) + \beta \partial_t p(y_I, t)) \left((y_I/r)^2 - 1 \right) \\ & - \frac{b\mu}{2(\lambda_0 + 2\mu)} \partial_t p(y_I, t) \left((y_I/r)^2 - 1 \right) + \frac{b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} \frac{\partial_t G(y_I, t) - \partial_t G(r, t)}{r^2} \end{aligned} \quad (A6.22)$$

où $\partial_t \sigma_r(y_I, t)$ est calculé à partir de l'expression de $\partial_t \sigma_r$ dans la zone plastique ($R_i \leq r \leq y_I$).

$$\frac{\partial_t u}{r}(r, t) = \frac{1}{2(\lambda_0 + \mu)} \partial_t \sigma_r(r, t) + \frac{\lambda_0 + 2\mu}{2\mu} r \partial_{rt} \sigma_r(r, t) + \frac{b}{2(\lambda_0 + \mu)} \partial_t p(r, t) \quad (A6.23)$$

$$\sigma_r(r, t) = \sigma_r(r, t_I) + \int_{t_I}^t \partial_t \sigma_r(r, \tau) d\tau$$

$$\sigma_\theta(r, t) = \sigma_r(r, t) + r \partial_r \sigma_r(r, t)$$

$$\frac{u}{r}(r, t) = \frac{u}{r}(r, t_I) + \int_{t_I}^t \frac{u}{r}(r, \tau) d\tau \quad (A6.24)$$

$$\sigma_z(r, t) = \sigma_\infty + \frac{\lambda_0}{r} \partial_r(ru) - \lambda_0(\gamma - 1)\varepsilon^p(r, t) - b(p(r, t) - p_\infty)$$

où $\sigma_r(r, t_I)$ et $\frac{u}{r}(r, t_I)$ sont calculés à partir des expressions de σ_r et $\frac{u}{r}$ dans la zone plastique en configuration ZP-ZE (car valable pour $t \leq t_I$).

$\varepsilon^p(r, t) = \varepsilon^p(r, t_I)$ car ε^p n'évolue pas dans la zone déchargée. $\varepsilon^p(r, t_I)$ est calculé à partir de l'expression (A6.18).

Zone élastique (ZE) : $r \geq y$

$$\begin{aligned} \sigma_r(r, t) = & \sigma_\infty + (\sigma_r(y, t) - \sigma_\infty)(y/r)^2 - \frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} \frac{G(r, t) - G(y, t)}{r^2} \\ \sigma_\theta(r, t) = & \sigma_\infty - (\sigma_r(y, t) - \sigma_\infty)(y/r)^2 - \frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} \left[p(r, t) - p_\infty - \frac{G(r, t) - G(y, t)}{r^2} \right] \\ \frac{u}{r}(r, t) = & \left(\frac{y}{r} \right)^2 \frac{u_y}{y} + \frac{1}{\lambda_0 + \mu} \frac{1}{r^2} \int_y^r r' (\sigma_r(r', t) - \sigma_\infty) dr' \\ & + \frac{1}{2(\lambda_0 + \mu)} \frac{1}{r^2} \int_y^r r'^2 \partial_r \sigma_r(r', t) dr' + \frac{b}{\lambda_0 + \mu} \frac{1}{r^2} \int_y^r r' (p(r', t) - p_\infty) dr' \\ \sigma_z(r, t) = & \sigma_\infty + \frac{\lambda_0}{r} \partial_r(ru) - b(p(r, t) - p_\infty) \end{aligned} \quad (A6.25)$$

où $\frac{u_y}{y}$ désigne la valeur de $\frac{u}{r}$ en $r=y$. Celle-ci, ainsi que $\sigma_r(y,t)$, est calculée à partir des relations (A6.24).

De même que pour le critère de Tresca, une résolution numérique de l'équation de diffusion ainsi que de l'équation (A6.21) montre que y_I est une fonction décroissante du temps, depuis y à $t=t_I$ jusqu'à R_i à un instant $t_2 \geq t_I$. Donc, à partir de l'instant t_2 , on se trouve en configuration ZD-ZE.

A6-2.2b Configuration ZD-ZE ($t \geq t_2$).

t_2 est l'instant de transition entre les configurations ZP-ZD-ZE et ZD-ZE.

Zone déchargée élastiquement (ZD) : $R_i \leq r \leq y$

$$\begin{aligned}\sigma_r(r,t) &= \sigma_r(r,t_2) - \frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} \frac{G(r,t) - G(r,t_2)}{r^2} + (R_i/r)^2 (\sigma_i(t) - \sigma_i(t_2)) \\ \sigma_\theta(r,t) &= \sigma_\theta(r,t_2) - \frac{2b\mu}{\lambda_0 + 2\mu} \left[p(r,t) - p(r,t_2) - \frac{G(r,t) - G(r,t_2)}{r^2} \right] \\ &\quad - (R_i/r)^2 (\sigma_i(t) - \sigma_i(t_2)) \\ \frac{u}{r}(r,t) &= \frac{u}{r}(r,t_2) + \frac{b}{\lambda_0 + 2\mu} \frac{G(r,t) - G(r,t_2)}{r^2} - \frac{1}{2\mu} (R_i/r)^2 (\sigma_i(t) - \sigma_i(t_2)) \\ \sigma_z(r,t) &= \sigma_\infty + \frac{\lambda_0}{r} \partial_r(ru) - \lambda_0(\gamma - 1)\varepsilon^p(r,t) - b(p(r,t) - p_\infty)\end{aligned}\tag{A6.26}$$

où $\sigma_r(r,t_2)$, $\sigma_\theta(r,t_2)$ et $\frac{u}{r}(r,t_2)$ sont calculés à partir des relations (A6.22) à $t=t_2$.

$\varepsilon^p(r,t) = \varepsilon^p(r,t_2)$ car ε^p n'évolue pas dans la zone déchargée. $\varepsilon^p(r,t_2) = \varepsilon^p(r,t_d(r))$ est calculé grâce à la relation (A6.18) où $t_d(r)$ désigne l'instant où la décharge élastique atteint r , c'est-à-dire $y_I(t_d(r)) = r$

Zone élastique (ZE) : $r \geq y$

les relations définissant σ_r , σ_θ et $\frac{u}{r}$ dans la zone élastique sont identiques à ceux définis dans la zone déchargée (relations (A6.26)), sauf que $\sigma_r(r,t_2)$, $\sigma_\theta(r,t_2)$ et $\frac{u}{r}(r,t_2)$ sont calculés à partir des relations (A6.25) à $t=t_2$. La contrainte σ_z est définie par :

$$\sigma_z(r,t) = \sigma_\infty + \frac{\lambda_0}{r} \partial_r(ru) - b(p(r,t) - p_\infty)$$

Remarque :

Cette configuration ZD-ZE peut survenir directement après la configuration ZP-ZE à l'instant $t=0^+$, si par exemple $\sigma_{ic} \leq \sigma_i(t=0^+) \leq \sigma_{i0}$.

A6-3 RÉPONSE MÉCANIQUE SOUS RÉGIME HYDRAULIQUE PERMANENT.

Comme dans le cas de la réponse transitoire, nous nous intéressons ici seulement au cas où la paroi est drainante (avec $p_i = 0$).

Nous supposons le régime hydraulique permanent établi. La pression interstitielle p vérifie alors l'équation de Laplace et son expression est donnée par la relation (3.27).

La contrainte critique de chargement (au delà de laquelle une zone plastique, entourant le tunnel, apparaît) est notée σ_{ic} et a la même expression que celle correspondant à la réponse transitoire (relation (A6.14)).

Si $\sigma_i \geq \sigma_{ic}$ alors il existe deux zones dans le massif : une zone plastique entourant le tunnel et ayant pour rayon extérieur y ($R_i \leq r \leq y$), puis le reste du massif qui reste élastique ($r \geq y$).

Le rayon y et les contraintes totales principales (σ_r , σ_θ et σ_z) ainsi que le déplacement radial (u) dans les deux zones plastique et élastique sont donnés par les expressions (A6.15), (A6.17) et (A6.19) où toutes les grandeurs sont indépendantes du temps et $p(r)$ est calculée à partir de l'expression (3.27).

ABSTRACT

The study of the equilibrium of the lined tunnel is of big interest. From a mechanical point of view, it is a problem of complex interaction between two structures which have very different behaviour : the rock mass with the cavity on one hand and the lining on the other hand.

The time dependent effects which appear in a rock mass are principally due to two phenomena which can be coupled :

- viscosity of the solid part ;

- diffusion of the interstitial fluid through the rock mass.

We first present a bibliographical survey with the different stages of the study : design and realisation of a deep tunnel project.

In the second part of this dissertation, we study the influence of loading history (the type of the tunnel advancing and the instant of lining placement) on the equilibrium of a lined tunnel driven in a monophasic viscoplastic rock mass. A simplified method of dimensioning tunnels excavated in such media is developed.

We also study the hydromechanical coupled effects on deep tunnels driven in fluid, or saturated, porous media having a poro-elastic or poro-elastic-plastic behaviour. A unidimensional analytical study reveals the influence of the mechanical loading history and the hydraulic boundary conditions at the tunnel wall. Numerical simulations of the tunnel front progress at a given rate are carried out for an axisymmetric 2D geometry. With the generalisation of the frictional stress, the analytical study allows to localise the equilibrium point in the (wall convergence - stress applied on the wall) plane.

These results allow to make tunnel dimensioning computations with strain plane in biphasic media with more rigor.

Keywords

Deep tunnel, time dependent effects, viscoplasticity, saturated porous medium, lined tunnel, simplified methods, numerical study, analytical study.

RÉSUMÉ

L'étude de l'équilibre à long terme du tunnel revêtu suscite un intérêt important. D'un point de vue mécanique, il s'agit d'un problème d'interaction complexe entre deux structures de comportement très différent : le massif avec la cavité d'une part, le soutènement d'autre part.

Les effets différés qui apparaissent dans un massif sont principalement liés à deux phénomènes qui peuvent être couplés :

- la viscosité du squelette solide du massif ;
- la diffusion du fluide interstitiel au sein du massif.

On commence par présenter une étude bibliographique assez générale concernant les différentes étapes d'étude de conception et de réalisation d'un projet de tunnel profond.

Dans la seconde partie du mémoire, on étudie l'influence de l'histoire du chargement (vitesse de creusement et instant de pose du soutènement) sur l'équilibre d'un tunnel soutenu creusé dans un massif monophasique à comportement viscoplastique. Une méthode simplifiée de dimensionnement des tunnels dans de tels milieux a été élaborée.

On a également abordé les effets de couplage entre comportements hydraulique et mécanique dans le cadre des tunnels profonds creusés dans un milieu poreux saturé isotherme ayant un comportement poro-élastique ou poro-élasto-plastique. Une étude analytique du tunnel 1D révèle l'influence de l'histoire du chargement mécanique et des conditions aux limites hydrauliques imposées en paroi. Des simulations numériques de creusement de tunnel en géométrie 2D axisymétrique sont menées. L'étude analytique permet, grâce à la généralisation de la notion de contrainte fictive de soutènement, de localiser le point d'équilibre du tunnel soutenu dans le plan (convergence en paroi - contrainte appliquée en paroi).

Ces résultats permettent d'aborder le calcul en déformation plane des tunnels creusés en milieux biphasiques avec plus de rigueur.

Mots clés :

Tunnel profond, effets différés, viscoplasticité, milieu poreux saturé, tunnel soutenu, méthodes simplifiées, calcul numérique, calcul analytique.